Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2018/2019

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in ☐ Informatica, ☐ IBW, ☐ TWM

Analisi Matematica, tema A

Compitino del 27 giugno 2019

Cognome e Nome:

Matricola:

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3x(e^x+1)^2 - 8\cos(x-x^2) + 8(1-x)^{3/2}}{x\max\{x+x^3, 2x+2x^3\}}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \left(2x^2\log\Big(\frac{x^3}{x^3+x^2}\Big) - (x^2+x)\log\Big(\frac{x^2-x}{x^2+x}\Big)\right)$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3e^x x^2 - 2x\sqrt{x+1} + 2e^x(x-1)^2\operatorname{sen} x}{x^2\big(2x-\sqrt{x^2-x^3}\big)}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{5x^3+15x^2-24\big(1-\sqrt{1-x}\big)+12x(\cos x - \operatorname{sen} x)}{(e^x-\arctan 2x)(\operatorname{sen} 2x - \operatorname{sen} x)^3}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\arccos(|\operatorname{sen} x|/x)}{x}$

f) $\displaystyle\lim_{n\to +\infty} e^{n^2}\Big(1-\frac{1}{n}\Big)^{n^3}$

g) $\displaystyle\lim_{n\to +\infty} \frac{n^{2n-1}}{(2n-1)!}$

2. Data la funzione $f(x) := \dfrac{x^3-3x-2}{3x+2}$, trovare **a)** dominio, segno (uno zero si trova facilmente) e limiti agli estremi; **b)** eventuali asintoti; **c)** f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f; **d)** f'' e intervalli di convessità/concavità e flessi; **e)** un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x) := x\sqrt{2} + \log|2x+1| - \log\sqrt{\big|1+(\sqrt{8}+4)x\big|}$, trovare **a)** dominio, continuità, limiti agli estremi ed eventuali asintoti; **b)** g', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di g; **c)** g'' e intervalli di convessità/concavità e flessi; **d)** dimostrare che g si annulla in esattamente due punti; **e)** un grafico qualitativo di g.

4. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

$$\text{(a)}\ \frac{x^4+x+1}{x^3-2x^2+5x},\quad \text{(b)}\ \frac{(1-2x)/(x-x^2)}{1+\log^2(x-x^2)},\quad \text{(c)}\ \frac{(\tan x)/\cos^2 x}{\sqrt{1-4\tan^2 x}},\quad \text{(d)}\ (x^2+2x)\log(x+1)$$

5. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int \frac{2x^3+x}{3+2x^2-2\sqrt{2x^2+1}}\,dx$, per esempio con la sostituzione $y=\sqrt{2x^2+1}$.

6. Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per $n\to+\infty$ la precedente sia "o piccolo" della successiva: $(2n)!$, $\sqrt{n^4-2n+1}$, 2^{-n^2}, n^{2n}, $\big(1-\frac{1}{n}\big)^{n^3}$, $(1+n^3)^{1/n}$, $\arccos(n/(n+1))$, e^{-n}.

7. Trovare il polinomio di Taylor centrato in $x=0$ delle seguenti funzioni:

$$\text{(a)}\ \log(e^{x+2}-e)\ \text{di ordine 3},\quad \text{(b)}\ \frac{x}{1+\exp(2x)}\ \text{di ordine 3},\quad \text{(c)}\ \frac{\cos(-x)}{1-2x^4}\ \text{di ordine 6}.$$

Punti: 4 per ogni limite, 9, 10, 4+3+2+4, 6, 6, 6.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2018/2019

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in ☐ Informatica, ☐ IBW, ☐ TWM

Analisi Matematica, tema B

Compitino del 27 giugno 2019

Cognome e Nome:

Matricola:

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{6\cos(x-x^2) - 6(x+1)^{3/2} + x(e^x+2)^2}{x\min\{x^3+x, 2x^3+2x\}}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3x^3 + x^2 + 2\big(1-\sqrt{2x+1}\big) + 2x(\cos 2x - \operatorname{sen} x)}{(e^{2x}+\tan x)(\operatorname{sen} x - \operatorname{sen} 3x)^3}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^x x^2 - 2x\sqrt{1-x} + 2e^x(x-1)^2 \operatorname{sen} x}{x^2\big(x - 2\sqrt{x^2-x^3}\big)}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \left((x^2-2x)\log\Big(\frac{x^2-x}{x^2+x}\Big) + x^2 \log\Big(\frac{x^3}{x^3-2x^2}\Big)\right)$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\pi - 2\operatorname{arcsen}(e^{-x^2})}{x}$

f) $\displaystyle\lim_{n\to +\infty} \frac{(2n-1)!}{n^{2n-1}}$

g) $\displaystyle\lim_{n\to +\infty} \Big(1-\frac{1}{n}\Big)^{n^3} e^{n^2}$

2. Data la funzione $f(x) := \dfrac{2+3x-x^3}{3x+2}$, trovare **a)** dominio, segno (uno zero si trova facilmente) e limiti agli estremi; **b)** eventuali asintoti; **c)** f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f; **d)** f'' e intervalli di convessità/concavità e flessi; **e)** un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x) := \log|2x-1| - x\sqrt{2} - \log\sqrt{\big|1-(\sqrt{8}+4)x\big|}$, trovare **a)** dominio, continuità, limiti agli estremi ed eventuali asintoti; **b)** g', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di g; **c)** g'' e intervalli di convessità/concavità e flessi; **d)** dimostrare che g si annulla in esattamente due punti; **e)** un grafico qualitativo di g.

4. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

$$\text{(a)}\ \frac{x^4-x+1}{x^3-2x^2+5x},\quad \text{(b)}\ \frac{(1+2x)/(x+x^2)}{1+\log^2(x+x^2)},\quad \text{(c)}\ \frac{(\tan x)/\cos^2 x}{\sqrt{1-3\tan^2 x}},\quad \text{(d)}\ (x^2+2x)\log(x-1)$$

5. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int \frac{2x-x^3}{x^2-4+2\sqrt{2-x^2}}\,dx$, per esempio con la sostituzione $y=\sqrt{2-x^2}$.

6. Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per $n\to+\infty$ la precedente sia "o piccolo" della successiva: e^{-n}, $(n^3+1)^{1/n}$, $\arccos(n/(n+1))$, n^{2n}, $\sqrt{n^4-2n+1}$, 2^{-n^2}, $(2n)!$, $\big(1-\frac{1}{n}\big)^{n^3}$.

7. Trovare il polinomio di Taylor centrato in $x=0$ delle seguenti funzioni:

$$\text{(a)}\ \log(e-e^{x-1}) \text{ di ordine 3},\quad \text{(b)}\ \frac{x}{1-2\exp x} \text{ di ordine 3},\quad \text{(c)}\ \frac{\cos(-x)}{1-x^4} \text{ di ordine 6}.$$

Punti: 4 per ogni limite, 9, 10, 4+3+2+4, 6, 6, 6.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2018/2019

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in ☐ Informatica, ☐ IBW, ☐ TWM

Analisi Matematica, tema C

Compitino del 27 giugno 2019

Cognome e Nome:

Matricola:

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left((x^2-x)\log\left(\frac{x^2-x}{x^2+x}\right)+x^2\log\left(\frac{x^3}{x^3-2x^2}\right)\right)$

b) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{5e^x x^2+2x\sqrt{x+1}-e^x(x+1)^2\operatorname{sen}2x}{2x^3-\sqrt{x^6-x^7}}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{8\cos(x^2+x)-8(x+1)^{3/2}+3x(e^{-x}+1)^2}{x\max\{x-x^3,2x-2x^3\}}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{21x^2-7x^3-12(2x+\cos x)\operatorname{sen}x+24(1-\sqrt{1-x})}{(e^x-\tan 2x)(\operatorname{sen}2x-3\operatorname{sen}x)^3}$

e) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\frac{(2n)!}{n^{2n}}$

f) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\left(e^{n^2}-\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^3}\right)$

g) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\arccos(e^{-x^2})}{x}$

2. Data la funzione $f(x):=\dfrac{x^3-3x+2}{2-3x}$, trovare **a)** dominio, segno (uno zero si trova facilmente) e limiti agli estremi; **b)** eventuali asintoti; **c)** f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f; **d)** f'' e intervalli di convessità/concavità e flessi; **e)** un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x):=x\sqrt{2}-\log|2x-1|+\log\sqrt{\left|1-(\sqrt{8}+4)x\right|}$, trovare **a)** dominio, continuità, limiti agli estremi ed eventuali asintoti; **b)** g', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di g; **c)** g'' e intervalli di convessità/concavità e flessi; **d)** dimostrare che g si annulla in esattamente due punti; **e)** un grafico qualitativo di g.

4. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

$$\text{(a)}\ \frac{x^4+x+2}{x^3+2x^2+5x},\quad \text{(b)}\ \frac{(3x^2+1)/(x^3+x)}{1+\log^2(x^3+x)},\quad \text{(c)}\ \frac{(\tan x)/\cos^2 x}{\sqrt{1-9\tan^2 x}},\quad \text{(d)}\ (x^2-x)\log(x-1)$$

5. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int\frac{x^3-2x}{x^2-2\sqrt{x^2-2}}\,dx$, per esempio con la sostituzione $y=\sqrt{x^2-2}$.

6. Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per $n\to+\infty$ la precedente sia "o piccolo" della successiva: $(n^3+1)^{1/n}$, $(2n)!$, $\arccos(n/(n+1))$, $\left(1-\frac{1}{n}\right)^{n^3}$, $\sqrt{n^4-2n+1}$, 2^{-n^2}, e^{-n}, n^{2n}.

7. Trovare il polinomio di Taylor centrato in $x=0$ delle seguenti funzioni:

$$\text{(a)}\ \log(e-e^{-x-1})\ \text{di ordine 3},\quad \text{(b)}\ \frac{x}{1+2\exp x}\ \text{di ordine 3},\quad \text{(c)}\ \frac{\cos(-2x)}{1-3x^4}\ \text{di ordine 6}.$$

Punti: 4 per ogni limite, 9, 10, 4+3+2+4, 6, 6, 6.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2018/2019

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in ☐ Informatica, ☐ IBW, ☐ TWM

Analisi Matematica, tema D

Compitino del 27 giugno 2019

Cognome e Nome:

Matricola:

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{2x^3+x^2+8\sqrt{x+1}-2(1+\cos x)\operatorname{sen} x-8}{(e^x-\tan 2x)(\operatorname{sen} x-\operatorname{sen} 2x)^3}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{7e^x x^2+2x\sqrt{x+1}-2e^{2x}(x+1)^2\operatorname{sen} x}{\sqrt{4x^6-x^7}-x^3}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{6(1-x)^{3/2}-6\cos(x^2+x)+x(e^{-x}+2)^2}{x\min\{x^3+x,2x^3+2x\}}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \left((x^2+x)\log\Big(\frac{x^2+2x}{x^2+3x}\Big)+x^2\log\Big(\frac{x^3}{x^3-x^2}\Big)\right)$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\pi-2\operatorname{arcsen}(|\operatorname{sen} x|/x)}{x}$

f) $\displaystyle\lim_{n\to +\infty} \frac{n^{2n}}{(2n)!}$

g) $\displaystyle\lim_{n\to +\infty} \left(\Big(1+\frac{1}{n}\Big)^{n^3}-e^{n^2}\right)$

2. Data la funzione $f(x) := \dfrac{x^3-3x+2}{3x-2}$, trovare **a)** dominio, segno (uno zero si trova facilmente) e limiti agli estremi; **b)** eventuali asintoti; **c)** f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f; **d)** f'' e intervalli di convessità/concavità e flessi; **e)** un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $\log\sqrt{\big|(\sqrt{8}+4)x+1\big|}-\log|2x+1|-x\sqrt{2}$, trovare **a)** dominio, continuità, limiti agli estremi ed eventuali asintoti; **b)** g', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di g; **c)** g'' e intervalli di convessità/concavità e flessi; **d)** dimostrare che g si annulla in esattamente due punti; **e)** un grafico qualitativo di g.

4. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

$$\text{(a)}\ \frac{x^4-x+2}{x^3+2x^2+5x},\ \text{(b)}\ \frac{(2x-1)/(x^2-x)}{1+\log^2(x^2-x)},\ \text{(c)}\ \frac{(\tan x)/\cos^2 x}{\sqrt{1-5\tan^2 x}},\ \text{(d)}\ (x^2-x)\log(x+1)$$

5. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int \frac{x^3+2x}{x^2+4-2\sqrt{x^2+2}}\,dx$, per esempio con la sostituzione $y=\sqrt{x^2+2}$.

6. Si mettano in ordine le successioni seguenti, in modo che per $n\to+\infty$ la precedente sia "o piccolo" della successiva: 2^{-n^2}, $(n^3+1)^{1/n}$, $(2n)!$, $\arccos(n/(n+1))$, $\big(1-\frac{1}{n}\big)^{n^3}$, n^{2n}, e^{-n}, $\sqrt{n^4-2n+1}$.

7. Trovare il polinomio di Taylor centrato in $x=0$ delle seguenti funzioni:

$$\text{(a)}\ \log(e^{x-1}+e)\ \text{di ordine 3},\quad \text{(b)}\ \frac{x}{1-3\exp x}\ \text{di ordine 3},\quad \text{(c)}\ \frac{\cos(-2x)}{1+2x^4}\ \text{di ordine 6}.$$

Punti: 4 per ogni limite, 9, 10, 4+3+2+4, 6, 6, 6.