Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2018/2019

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in ☐ Informatica, ☐ IBW, ☐ TWM

# Analisi Matematica, tema A

Compitino del 5 febbraio 2019

Cognome e Nome:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Matricola:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

**1.** Calcolare i seguenti limiti

a) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-2x}+2-x\right)^x$

b) $\lim_{x\to-\infty}\dfrac{(x^3+x^4-3)(3x-2x^3)}{(1+x+3x^2)(2-x^2)^2}$

c) $\lim_{x\to+\infty}\left(2^{x-1}-\sqrt{4^{x-1}-x-3\cdot 2^x}\right)$

d) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{x\log(1+x)}{x^2-\sqrt{x^4+2x^3\log x}}$

e) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{(x^4-x^2+2x)(3x^3-1)-3(x^2-1)x^5}{(x^3-5x^2-1)(x+1)^3-x^4(x-1)^2}$

f) $\lim_{x\to1}\dfrac{(1-x)\log(1+x)}{(x^2+x-2)(2x^2-3x+1)}$

g) $\lim_{x\to+\infty}\left(x^2+2\sqrt{2x^4-x^3}-\sqrt{9x^4+x^2}\right)$

h) $\lim_{x\to0}\dfrac{4-(1+x)^{1/x}}{\sqrt{2x^3+x^2}-\sqrt{x^3+x^2}}$

i) $\lim_{x\to0}\dfrac{\sqrt{\log(e+x^2)-1}}{x+2-\sqrt{x+4}}$

j) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{x\operatorname{sen}x-\cos 3x}{x^3-\sqrt{x^6-3x^5}}$

k) $\lim_{x\to-\infty}\dfrac{\log\big(x/(x+1)\big)}{x^3+\sqrt{x^6-3x^2}}$

l) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^{2x}-5x^x}-x^x\right)$

m) $\lim_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+2x}{x^2+3x-2}\right)^{x-2}$

n) $\lim_{x\to1}\dfrac{1-\cos(x-1)}{x(x^2+x-4)(1-x)^2}$

**2.** Risolvere le disequazioni seguenti:

$$\text{(a)}\ \frac{1-2x-4x^2}{1+2x}\geq\frac{9x+7}{x-1},\quad \text{(b)}\ |x|\leq\min\{1,\ 2|x|-1\},\quad \text{(c)}\ (x-5)\sqrt{x+3}\leq x-9.$$

**3.** Dimostrare *per induzione* che vale l'uguaglianza $(4n-1)+(4n+3)+(4n+7)+\cdots+(8n-1)=(n+1)(6n-1)$ per ogni $n\geq 0$.

**4.** Poniamo $X:=\big\{1/\max\{1-n,2n-1\}\ :\ n\in\mathbb{Z}\big\}$. Dimostrare che 1 è l'estremo superiore e 0 è l'estremo inferiore di $X$, stabilendo anche se sono massimo e minimo.

*Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 6 per ogni altro esercizio.*

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2018/2019

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in ☐ Informatica, ☐ IBW, ☐ TWM

# Analisi Matematica, tema B

Compitino del 5 febbraio 2019

Cognome e Nome:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Matricola:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

**1.** Calcolare i seguenti limiti

a) $\lim_{x\to+\infty}\left(x^2-\sqrt{10x^4-x^2}+2\sqrt{x^4+x^3}\right)$

b) $\lim_{x\to1}\dfrac{(1-x)\log(1+x)}{(x^2+x-2)(2x^2-x-1)}$

c) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{(3x^3-1)(x^4-x^2+3x)-3(x^2-1)x^5}{(x^3-5x^2-1)(x+1)^3-x^4(x-1)^2}$

d) $\lim_{x\to-\infty}\dfrac{(x^3+5-x^5)(3x+x^2)}{(2x^2+1)(4x+1-2x^2)^2}$

e) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+4x}-1-x\right)^x$

f) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{x\log(1+x)}{x^2-\sqrt{x^4-2x^3\log x}}$

g) $\lim_{x\to+\infty}\left(2^{x-1}-\sqrt{4^{x-1}-x+3\cdot2^x}\right)$

h) $\lim_{x\to-\infty}\dfrac{\log\big(x/(x+1)\big)}{x^3+\sqrt{3x^2+x^6}}$

i) $\lim_{x\to-1}\dfrac{e^{1+x}(1+x)-1-x}{x(x^2+x+2)(x+1)^2}$

j) $\lim_{x\to0}\dfrac{2-(1+x)^{1/x}}{\sqrt{x^3+x^2}-\sqrt{2x^3+x^2}}$

k) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{x\operatorname{sen}x-\cos3x}{x^3-\sqrt{x^6+3x^5}}$

l) $\lim_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+3x}{x^2-2x+3}\right)^{x/2}$

m) $\lim_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1-\log(e-x^2)}}{x+3-\sqrt{x+9}}$

n) $\lim_{x\to+\infty}\left(2x^x-\sqrt{4x^{2x}-x^x}\right)$

**2.** Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\dfrac{11x-37}{x+1}\le\dfrac{4x^2+2x-45}{2x+1}$, (b) $|x|+\max\{-1,1-2|x|\}\le0$, (c) $(x+5)\sqrt{3-x}\ge x+9$.

**3.** Dimostrare *per induzione* che vale l'uguaglianza $(4n+1)+(4n+5)+(4n+9)+\cdots+(8n+1)=(n+1)(6n+1)$ per ogni $n\ge0$.

**4.** Poniamo $X:=\big\{1/\max\{n+1,-2n-1\}\ :\ n\in\mathbb{Z}\big\}$. Dimostrare che 1 è l'estremo superiore e 0 è l'estremo inferiore di $X$, stabilendo anche se sono massimo e minimo.

*Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 6 per ogni altro esercizio.*

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2018/2019

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in ☐ Informatica, ☐ IBW, ☐ TWM

# Analisi Matematica, tema C

Compitino del 5 febbraio 2019

Cognome e Nome:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Matricola:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

**1.** Calcolare i seguenti limiti

a) $\lim_{x\to+\infty}\left(3^{x+2}-\sqrt{x+9^{x+2}-2\cdot 3^x}\right)$

b) $\lim_{x\to-\infty}\dfrac{(2-3x^5+x^3)(x^2+3x)}{(2x^2+1)(1+3x-x^2)^2}$

c) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{x\log x}{x^2-\sqrt{x^4+3x^3\log(1+x)}}$

d) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{(3x^3+1)(x^4-x^2-3x)-3(x^2-1)x^5}{(x+1)^3(x^3-5x^2-1)-x^4(x-1)^2}$

e) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^x-2x^{x/2}}-\sqrt{x^x+x^{x/2}}\right)$

f) $\lim_{x\to-1}\dfrac{(1-e^x)(x+1)}{(x^2-x-2)(2x^2+3x+1)}$

g) $\lim_{x\to+\infty}\left(x+2\sqrt{x^4-3x^3}-\sqrt{3x^4-2x^2}\right)$

h) $\lim_{x\to1}\dfrac{\cos(x-1)-1}{x(x^2+x+2)(x-1)^2}$

i) $\lim_{x\to0}\dfrac{5-(1+x)^{2/x}}{\sqrt{x^3+x^2}-\sqrt{x^2-2x^3}}$

j) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{\operatorname{sen}x-3x\cos x}{x^3-\sqrt{x^6+3x^5}}$

k) $\lim_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1-\log(e-x^2)}}{x+2-\sqrt{x+4}}$

l) $\lim_{x\to-\infty}\dfrac{\log\big((x+1)/x\big)}{x^3+\sqrt{2x^2+x^6}}$

m) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x}+3-x\right)^x$

n) $\lim_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2-3x}{x^2-x+2}\right)^{x+1}$

**2.** Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\dfrac{11x+37}{x-1}\le\dfrac{4x^2-2x-45}{1-2x}$, (b) $|x|<\max\{1,\ 2|x|-1\}$, (c) $(x+3)\sqrt{5-x}\ge x+7$.

**3.** Dimostrare *per induzione* che vale l'uguaglianza $(4n-3)+(4n+1)+(4n+5)+\cdots+(8n-3)=3(n+1)(2n-1)$ per ogni $n\ge0$.

**4.** Poniamo $X:=\big\{1/\min\{n-1,-n-3\}\ :\ n\in\mathbb{Z}\big\}$. Dimostrare che 0 è l'estremo superiore e $-1/2$ è l'estremo inferiore di $X$, stabilendo anche se sono massimo e minimo.

*Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 6 per ogni altro esercizio.*

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2018/2019

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in ☐ Informatica, ☐ IBW, ☐ TWM

# Analisi Matematica, tema D

Compitino del 5 febbraio 2019

Cognome e Nome:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Matricola:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

**1.** Calcolare i seguenti limiti

a) $\displaystyle\lim_{x\to-1} \frac{e^x \log(-x)}{(x^2-x-2)(x^2+4x+3)}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^x - x^{x/2}} - \sqrt{x^x - 3x^{x/2}}\right)$

c) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{x\log x}{x^2 - \sqrt{x^4 - 3x^3\log(1+x)}}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{(3x^3-1)(x^4-x^2-3x) - 3(x^2-1)x^5}{(x+1)^3(x^3-5x^2-1) - x^4(x-1)^2}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(3^{x+2} - \sqrt{9^{x+2} - x + 2\cdot 3^x}\right)$

f) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(x + 2\sqrt{x^4+4x^3} - \sqrt{5x^4 - x^2}\right)$

g) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{(x^2-3x^4-x)(x^3+3x)^2}{(1-x^2+2x^3)(1-3x)}$

h) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{\log\big((x+1)/x\big)}{x^3 + \sqrt{x^6 - 2x^2}}$

i) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{4x^2+1} + 1 - 2x\right)^x$

j) $\displaystyle\lim_{x\to-1} \frac{1 + x - e^{x+1}(1+x)}{x(x^2+x-2)(x+1)^2}$

k) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\operatorname{sen} x + 3x\cos x}{x^3 - \sqrt{x^6 - 3x^5}}$

l) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x^2+2x-1}{x^2-x}\right)^{x/2}$

m) $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{\sqrt{\log(e+x^2) - 1}}{x + 3 - \sqrt{x+9}}$

n) $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{1 - (1+x)^{1/x}}{\sqrt{x^2-x^3} - \sqrt{x^3+x^2}}$

**2.** Risolvere le disequazioni seguenti:

$$\text{(a)}\ \frac{4x^2-2x-1}{2x-1} \geq \frac{9x-7}{x+1},\quad \text{(b)}\ |x| > \min\{1,\ 2|x|-1\},\quad \text{(c)}\ (x-3)\sqrt{x+5} \leq x-7.$$

**3.** Dimostrare *per induzione* che vale l'uguaglianza $(4n+3)+(4n+7)+(4n+11)+\cdots+(8n+3) = 3(n+1)(2n+1)$ per ogni $n \geq 0$.

**4.** Poniamo $X := \big\{1/\min\{n-3, -n-1\} \ :\ n \in \mathbb{Z}\big\}$. Dimostrare che 0 è l'estremo superiore e $-1/2$ è l'estremo inferiore di $X$, stabilendo anche se sono massimo e minimo.

*Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 6 per ogni altro esercizio.*