Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2016/2017

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in ☐ Informatica e ☐ TWM

# Analisi Matematica

Prova Scritta del 5 febbraio 2018

Cognome e Nome:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Matricola:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Sono permessi libri e appunti cartacei ma *non* strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

**1.** Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{3x-\log(e^x-2^x)}-\sqrt{2x+\sqrt{x}}\right)$

b) $\lim_{x\to 0}\dfrac{(x-1)^3+(e^x+x^2)\cos x-4\log(1+x)}{\operatorname{sen} x-\sqrt{x^2-x^4}}$

c) $\lim_{x\to 0}\dfrac{(1+x)\log(1-2x)+(1-x)\operatorname{sen} 2x}{(e^x-\cos 2x)^2}$

d) $\lim_{x\to+\infty}\left(x-\sqrt{x^2-2x}\right)^x$

**2.** Data la funzione $f(x):=\dfrac{\sqrt{|x|}}{x^2+3}$, trovare **a)** dominio, segno, limiti agli estremi; **b)** eventuali simmetrie ed asintoti; **c)** $f'$, crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di $f$; **d)** $f''$, convessità/concavità e flessi; **e)** un grafico qualitativo di $f$.

**3.** Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

$$\text{(a)}\ \frac{2x^3-x^2+4}{4x^2+8x+5},\ \text{(b)}\ \frac{1}{(1-x)\big(1+\log^2(1-x)\big)},\ \text{(c)}\ \frac{\operatorname{sen} x}{1+\cos^2 x},\ \text{(d)}\ xe^x\cos x$$

**4.** Calcolare l'integrale $\displaystyle\int\frac{1}{(x-1)\sqrt{3x-2}}\,dx$, per esempio con la sostituzione $y=\sqrt{3x-2}$.

**5.** Dimostrare per induzione che vale la disuguaglianza $(1+x)^{n-2/3}\geq 1+\left(n-\dfrac{2}{3}\right)x$ per ogni $n\geq 2$ e per ogni $x\geq -1$. La disuguaglianza è vera per $n=1$?

*Punti: 4 per ogni limite, 12, 4+3+2+4, 6, 8.*