Università degli Studi di Udine Anno Accademico 2017/2018

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in ☐ Informatica, ☐ IBW, ☐ TWM

Analisi Matematica, tema A

Compitino del 2 febbraio 2018

Cognome e Nome:

Matricola:

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\Big(x+2-\sqrt{x^2+2x}\Big)^{2x}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{\big(e^x-(1+x)^{2/x}\big)(x-1)}{(x^2+x-2)(2x^2-3x+1)}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\Big(2e^{x-1}-\sqrt{x+4e^{2x-2}-3e^x}\Big)$

d) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{(3x-x^3)(x^4+2x^3-3)}{(2-x^2)(x^2-2x+1)}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{(2x^3-1)(2x^4-3x^2+x)-4x^7}{(x-1)^3(x^3-3x^2-1)-x^4(x-1)^2}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\big(2\sqrt{2x^4-x^3}-\sqrt{9x^4+x^2}\big)$

g) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\Big(\sqrt{2x-\log(e^x-2^x)}-\sqrt{x-\sqrt{2x}}\Big)$

h) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{x-\log(2^x+x^x)}{x^2-\sqrt{x^4+2x^3\log x}}$

i) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{\log(x^2+e)-1}}{e^x-\sqrt{x+1}}$

j) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{1-e^{1/x}}{x^3+\sqrt{x^6-3x^2}}$

k) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{4-(1+x)^{2/x}}{(2x^3-x^2)\sqrt{e^{x^2}-1}}$

l) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{-x}\operatorname{sen}2x-\cos x}{x^2-\sqrt{x^4-3x^3}}$

m) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\Big(\frac{x^2+2x}{x^2-3x-2}\Big)^{x-1}$

n) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x+e^x-e-1}{x(x^2+x-4)(1-x)}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

$$\text{(a)}\ \frac{x^2-x+8}{2(1-x)}+\frac{1}{4(2x+1)}\ge\frac{9}{4},\ \text{(b)}\ \Big|x+\min\{-2x,x+2\}\Big|\ge\frac{x}{2}+1,\ \text{(c)}\ \frac{x-3}{\sqrt{x+9}}\ge x+1.$$

3. Dimostrare per induzione che vale la disuguaglianza $(1+x)^{n+1/3}\ge1+\Big(n+\dfrac{1}{3}\Big)x$ per ogni $n\ge1$ e per ogni $x\ge-1$. La disuguaglianza è vera per $n=0$?

4. Poniamo $X:=\big\{((-1)^n n-2)/(3-2n)\ :\ n\in\mathbb{Z}\big\}$. Dimostrare che $5/3$ è l'estremo superiore e -3 è l'estremo inferiore di X, stabilendo anche se sono massimo e minimo.

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 6 per ogni altro esercizio.

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in ☐ Informatica, ☐ IBW, ☐ TWM

Analisi Matematica, tema B

Compitino del 2 febbraio 2018

Cognome e Nome:

Matricola:

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{(2x^3-1)(2x^4+x^2+2x)-4x^7}{(x-1)^3(x^3-x^2+2)-x^4(x+1)^2}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{(x^2+3x)(5-x^5+x^3)}{(2x^2-1)(1+3x-2x^2)}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{2x-\log(e^x-2^x)}-\sqrt{x+\sqrt{2x}}\right)$

d) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(2\sqrt{2x^4+x^3}-\sqrt{9x^4-x^2}\right)$

e) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{x-\log(x^x-2^x)}{x^2-\sqrt{x^4-2x^3\log x}}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to1} \frac{\left(e^x-(2+x)^{1/x}\right)(x-1)}{(x^2+x-2)(2x^2-x-1)}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(2e^{x-1}-\sqrt{4e^{2x-2}+3e^x-x}\right)$

h) $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{2-(1+x)^{1/x}}{(2x^3-x^2)\sqrt{e^{x^2}-1}}$

i) $\displaystyle\lim_{x\to-1} \frac{x+e\cdot e^x}{x(x^2+x+2)(x+1)}$

j) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{e^{-x}\operatorname{sen}x-\cos 3x}{x^2-\sqrt{x^4+3x^3}}$

k) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{1-e^{1/x}}{x^3+\sqrt{3x^2+x^6}}$

l) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x^2-3x}{x^2-2x+3}\right)^{x/2}$

m) $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{\sqrt{\log(e+x^2)-1}}{e^x-\sqrt{1+x}}$

n) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(x-\sqrt{x^2-2x}\right)^x$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\displaystyle\frac{x^2+x+24}{2(x+1)}-\frac{45}{4(2x+1)}\geq\frac{11}{4}$, (b) $\displaystyle\left|x-\min\{2-x,2x\}\right|\geq 1-\frac{x}{2}$, (c) $\displaystyle\frac{x-2}{\sqrt{x+10}}\geq x+2$.

3. Dimostrare per induzione che vale la disuguaglianza $(1+x)^{n-2/3}\geq 1+\left(n-\frac{2}{3}\right)x$ per ogni $n\geq 2$ e per ogni $x\geq -1$. La disuguaglianza è vera per $n=1$?

4. Poniamo $X := \{(2(-1)^n n-2)/(3n+2)\ :\ n\in\mathbb{Z}\}$. Dimostrare che $3/2$ è l'estremo superiore e -1 è l'estremo inferiore di X, stabilendo anche se sono massimo e minimo.

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 6 per ogni altro esercizio.

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in ☐ Informatica, ☐ IBW, ☐ TWM

Analisi Matematica, tema C

Compitino del 2 febbraio 2018

Cognome e Nome:

Matricola:

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti

a) $\lim_{x\to+\infty}\left(2\sqrt{x^4-3x^3}-\sqrt{5x^4-2x^2}\right)$

b) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{x-\log(2^x+x^x)}{x^2-\sqrt{x^4+3x^3\log x}}$

c) $\lim_{x\to-1}\dfrac{(x+1)\left((1-x)^{2/x}-e^x\right)}{(x^2-x-2)(2x^2+3x+1)}$

d) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{(3x^3+1)(x^4-x^2-3x)-3x^7}{(x+1)^3(x^3-3x^2+1)-x^4(x-1)^2}$

e) $\lim_{x\to+\infty}\left(3e^{x+1}-\sqrt{x+9e^{2x+2}-2e^x}\right)$

f) $\lim_{x\to-\infty}\dfrac{(x^2+3x)(2-3x^5+x^3)}{(2x^2+1)(1+3x-x^2)}$

g) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{3x-\log(e^x-2^x)}-\sqrt{2x+\sqrt{x}}\right)$

h) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{e^{-x}\operatorname{sen}x-3\cos x}{x^2-\sqrt{x^4+3x^3}}$

i) $\lim_{x\to1}\dfrac{x-e^x+e-1}{x(x^2+x+2)(x-1)}$

j) $\lim_{x\to-\infty}\dfrac{e^{1/x}-1}{x^3+\sqrt{x^6+2x^2}}$

k) $\lim_{x\to0}\dfrac{\sqrt{\log(x^2+e)-1}}{e^x-\sqrt{4x+1}}$

l) $\lim_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2-3x}{x^2+x+2}\right)^{2+x}$

m) $\lim_{x\to+\infty}\left(2x-2\sqrt{x^2-x}\right)^{4x}$

n) $\lim_{x\to0}\dfrac{5-(1+x)^{2/x}}{(x^3-2x^2)\sqrt{e^{x^2}-1}}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

$$\text{(a) } \frac{x^2-x+24}{2(1-x)}+\frac{45}{4(2x-1)}\ge\frac{11}{4},\quad \text{(b) } \left|x+2-\min\{-x,2x+4\}\right|+\frac{x}{2}\ge0,\quad \text{(c) } \frac{x+3}{\sqrt{9-x}}\le x-1.$$

3. Dimostrare per induzione che vale la disuguaglianza $|x|^{n+1/2}\ge\dfrac{1}{2}-n+\left(n+\dfrac{1}{2}\right)|x|$ per ogni $n\ge1$ e per ogni $x\in\mathbb{R}$. La disuguaglianza è vera per $n=0$?

4. Poniamo $X:=\left\{(2-2(-1)^n n)/(3n+2)\ :\ n\in\mathbb{Z}\right\}$. Dimostrare che 1 è l'estremo superiore e $-3/2$ è l'estremo inferiore di X, stabilendo anche se sono massimo e minimo.

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 6 per ogni altro esercizio.

Università degli Studi di Udine Anno Accademico 2017/2018

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in ☐ Informatica, ☐ IBW, ☐ TWM

Analisi Matematica, tema D

Compitino del 2 febbraio 2018

Cognome e Nome:

Matricola:

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Non sono permessi libri, appunti cartacei, strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\Big(2x+1-\sqrt{4x^2+1}\Big)^{2x}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\Big(3e^{x+1}-\sqrt{9e^{2x+2}+2e^x-x}\Big)$

c) $\displaystyle\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)\big(e^x-(1-x)^{2/x}\big)}{(x^2-x-2)(x^2+4x+3)}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\Big(\sqrt{3x-\log(e^x-2^x)}-\sqrt{2x-\sqrt{x}}\Big)$

e) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\big(2\sqrt{x^4+4x^3}-\sqrt{5x^4-x^2}\big)$

f) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{(3x^3-1)(x^4-3x^2+x)-3x^7}{(x-1)^3(x^3+x^2-2)-x^4(x+1)^2}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{(x^3+3x)(x^2-3x^4-x)}{(1-3x)(1-x^2+2x^3)}$

h) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1-(1+x)^{1/x}}{(x^3-3x^2)\sqrt{e^{x^2}-1}}$

i) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{x-\log(2^x+x^x)}{x^2-\sqrt{x^4-3x^3\log x}}$

j) $\displaystyle\lim_{x\to-1}\frac{e\cdot e^x+x}{x(x^2+x-2)(x+1)}$

k) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{e^{1/x}-1}{x^3+\sqrt{x^6-2x^2}}$

l) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\Big(\frac{x^2+2x-1}{x^2+x}\Big)^{x/2}$

m) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{\log(e+x^2)-1}}{e^x-\sqrt{1-x}}$

n) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{-x}\operatorname{sen}3x-2\cos x}{x^2-\sqrt{x^4-4x^3}}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

$$\text{(a)}\ \frac{x^2+x+8}{2(x+1)}-\frac{1}{4(2x-1)}\ge\frac{9}{4},\ \text{(b)}\ \Big|2-x-\min(4-2x,x)\Big|-\frac{x}{2}\ge0,\ \text{(c)}\ \frac{x+2}{\sqrt{10-x}}\le x-2.$$

3. Dimostrare per induzione che vale la disuguaglianza $|x|^{n-1/2}\ge\frac{3}{2}-n+\Big(n-\frac{1}{2}\Big)|x|$ per ogni $n\ge2$ e per ogni $x\in\mathbb{R}$. La disuguaglianza è vera per $n=1$?

4. Poniamo $X:=\big\{((-1)^n n-2)/(2n-3)\ :\ n\in\mathbb{Z}\big\}$. Dimostrare che 3 è l'estremo superiore e $-5/3$ è l'estremo inferiore di X, stabilendo anche se sono massimo e minimo.

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 6 per ogni altro esercizio.