





Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche  
 Corso di Laurea in  Informatica e  TWM

## Analisi Matematica, tema B

Prova Scritta dell'11 settembre 2017

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--	--	--

Documento d'identità (se chiesto):

--

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Sono permessi libri e appunti cartacei ma *non* strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

**1.** Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3(1-x^2) \arctan x - (2e^x + \cos x) \sin x}{x\sqrt{1-\cos x}}$

c)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n! \cdot n^n}{(2n+1)!}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{16(x^2+x) \cos x - 10e^{2x} \sin x + (2x-3) \sin 2x}{(\log(1+x^2))\sqrt{1-\cos x}}$

d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 - \frac{1}{e} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x\right)$

**2.** Data la funzione  $f(x) := \frac{x^2(x^2-6)}{8x-3}$ , trovare **a)** dominio, segno e limiti agli estremi; **b)** eventuali asintoti; **c)**  $f'$ , crescita/decrecenza e punti di massimo/minimo di  $f$  (si scompone facilmente); **d)**  $f''$ , mostrando che si annulla in esattamente due punti, intervalli di convessità/concavità e flessi; **e)** un grafico qualitativo di  $f$ .

**3.** Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

(a)  $\frac{x^4 - 2x + 2}{x^3 - x^2 - 3x - 1}$ , (b)  $\frac{\sin(\log x)}{x(1 + \cos^2(\log x))}$ , (c)  $\frac{4 \log(x)}{x(1 - 2 \log^2(x))}$ , (d)  $x \cos(\log x)$

**4.** Calcolare l'integrale  $\int \frac{3x-1}{x^2} \sqrt{\frac{x}{x-1}} dx$ , per esempio con la sostituzione  $y = \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$ .

**5.** Dimostrare per induzione che per ogni  $n \geq 1$  vale la disuguaglianza  $1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + n^n \leq 4n^n$ .



Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche  
 Corso di Laurea in  Informatica e  TWM

## Analisi Matematica, tema C

Prova Scritta dell'11 settembre 2017

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--	--	--	--

Documento d'identità (se chiesto):

--

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Sono permessi libri e appunti cartacei ma *non* strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

**1.** Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3(x^2 + 1) \arctan x - (e^x + 2 \cos 2x) \sin x}{x\sqrt{1 - e^{-x^2}}}$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( e \left( 1 - \frac{1}{x} \right)^x - 1 \right) x$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 \cos x - 2x \sin 2x + 2e^x \sin x + \sin 2x - 4x \cos x}{(\log(1 - x^2))\sqrt{1 - \cos x}}$

d)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2n)!}{(n-1)! \cdot n^n}$

**2.** Data la funzione  $f(x) := \frac{x^2(x^2 - 6)}{3 - 8x}$ , trovare **a)** dominio, segno e limiti agli estremi; **b)** eventuali asintoti; **c)**  $f'$ , crescita/decrecenza e punti di massimo/minimo di  $f$  (si scompone facilmente); **d)**  $f''$ , mostrando che si annulla in esattamente due punti, intervalli di convessità/concavità e flessi; **e)** un grafico qualitativo di  $f$ .

**3.** Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

(a)  $\frac{x^4 - x + 3}{x^3 + x^2 - 3x + 1}$ , (b)  $\frac{\cos(\log x)}{x(1 + \sin^2(\log x))}$ , (c)  $\frac{2 \log x}{x(2 + \log^2 x)}$ , (d)  $\frac{\cos(\log x)}{x^2}$

**4.** Calcolare l'integrale  $\int \frac{x+1}{x^2} \sqrt{\frac{x}{x-1}} dx$ , per esempio con la sostituzione  $y = \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$ .

**5.** Dimostrare per induzione che per ogni  $n \geq 1$  vale la disuguaglianza  $1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + n^n \leq 5n^n$ .

