

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche Corso di Laurea in  $\Box$  Informatica e  $\Box$  TWM

## Analisi Matematica

Prova Scritta del 10 febbraio 2017

Cog	Cognome e Nome:																						
Matricola:							Documento d'identità (se chiesto):																

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Sono permessi libri e appunti cartacei ma *non* strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{(x-1)^3 + (e^x + 5x^2)\cos x + 4\log(1-x)}{x - \sqrt{x^5 + x^2}}$$

d) 
$$\lim_{x \to +\infty} \left( \frac{2x^3 - x - 1}{2x^3 + x} \right)^{x^2}$$

b) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\log(1-2x) + x\log(1-2x) + (2-2x)\sin x \cos x}{(\cos x - \exp(2x))^2}$$

c) 
$$\lim_{x \to +\infty} \left( \sqrt{(x^2 + x)^2 - x} - \sqrt{x^2 + 2x} \sqrt{x^2 - 1} \right)$$

- **2.** Data la funzione  $f(x) := \frac{x^3 10}{x^2 + 2}$ , trovare **a)** dominio, segno, limiti agli estremi; **b)** eventuali simmetrie ed asintoti; **c)** f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f (c'è una radice razionale semplice, poi Ruffini); **d)** f'', convessità/concavità e flessi (si può scomporre con Ruffini); **e)** un grafico qualitativo di f.
- 3. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

(a) 
$$\frac{2x^3 - x^2 + 4}{2x^2 + 2x + 1}$$
, (b)  $\frac{1}{(1+x)(1+\log^2(1+x))}$ , (c)  $\frac{\cos x}{1+\sin^2 x}$ , (d)  $xe^x \sin x$ 

- **4.** Calcolare l'integrale  $\int \frac{1}{(x+1)\sqrt{3x-2}} dx$ , per esempio con la sostituzione  $y = \sqrt{3x-2}$ .
- **5.** Dimostrare per induzione che per ogni  $n \ge 0$  vale l'uguaglianza  $\sum_{k=2(n-1)}^{3n+1} k = \frac{(n+4)(5n-1)}{2}.$