Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2015/2016

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in ☐ Informatica e ☐ TWM

Analisi Matematica

Prova Scritta del 2 settembre 2016

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Sono permessi libri e appunti cartacei ma *non* strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(1-x^2)\arctan x + (\cos x - 2e^x)\operatorname{sen} x}{e^{-x} - \sqrt{1-2x}}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{4x^2\cos x - x\operatorname{sen} 2x - 2e^x \operatorname{sen} x + 2\operatorname{sen} 2x - 2x\cos x}{\big(\log(1-x^2)\big)\sqrt{1-\cos x}}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \left(3x - \sqrt{x^2-x} - \sqrt{4x^2-2x}\right)$

d) $\displaystyle\lim_{n\to +\infty} \frac{(2n)!}{(3n)^n}$

2. Data la funzione $f(x) := \dfrac{5x^2-11}{x^4-5}$, trovare **a)** dominio, segno, limiti agli estremi; **b)** eventuali simmetrie ed asintoti; **c)** f', crescenza/decrescenza e punti di massimo/minimo di f; **d)** f'', convessità/concavità e flessi (si può scomporre con Ruffini); **e)** un grafico qualitativo di f.

3. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

$$\text{(a)}\ \frac{4x^3-2x^2+1}{4x^2-4x+5},\ \text{(b)}\ \frac{\arctan 2x}{(1+4x^2)\sqrt{1-\arctan^2 2x}},\ \text{(c)}\ \frac{(\log x)\operatorname{sen}(2+\log^2 x)}{x},\ \text{(d)}\ xe^x\cos x$$

4. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int \frac{2x+1}{x^2\sqrt{\frac{x-1}{x}}}\,dx$, per esempio con la sostituzione $y = \sqrt{(x-1)/x}$.

7. Dimostrare per induzione che per ogni $n \geq 3$ vale la disuguaglianza $1!+2!+3!+\ldots+n! \geq n!\cdot\dfrac{n^2+n+1}{n^2}$.

Punti: 4 per ogni limite, 10, 4+3+2+4, 6, 6, 6, 6.