Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2014/2015

Dipartimento di Matematica e Informatica
Corso di Laurea in ☐ Informatica e ☐ TWM

Analisi Matematica

Prova Scritta del 10 febbraio 2016

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Va riportato lo svolgimento degli esercizi. Si possono consultare libri e appunti.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{(x^2+x)^2+x}-\sqrt{x^2+2x}\sqrt{x^2-2}\right)$ c) $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2x^3+2x-1}{2x^3-x}\right)^{x^2}$

b) $\lim_{x\to0}\frac{(1+x)\log(1+2x)+(2x-2)\cos 2x\operatorname{sen} x}{(e^x-\cos 2x)^2}$ d) $\lim_{x\to0}\frac{(1-x)^3+(x^2-e^{2x})\cos x+5\log(1+x)}{\sqrt{1-x^2}-\cos x}$

2. Data la funzione $f(x):=\frac{3x^3}{3x-2}$, si studino **(a)** il dominio di definizione ed eventuali simmetrie; **(b)** il segno di $f(x)$, i limiti sulla frontiera del dominio ed eventuali asintoti; **(c)** la derivata prima, gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo/minimo locale e/o globale; **(d)** la derivata seconda, gli intervalli di convessità/concavità e gli eventuali flessi; **(e)** Si tracci un grafico qualitativo di f.

3. Trovare una primitiva (integrale indefinito) delle seguenti funzioni

$$\text{(a)}\quad \frac{2x^3-x^2+4}{2x^2-2x+1}\,,\quad \text{(b)}\quad \frac{\operatorname{sen} x}{1+\cos^2 x}\,,\quad \text{(c)}\quad e^x x\cos x\,.$$

4. Trovare una primitiva della funzione $\frac{1}{(x+1)\sqrt{3x+2}}$, ad esempio con la sostituzione $y=\sqrt{3x+2}$.

5 Dimostrare per induzione su $n\geq 1$ che per ogni $x>-1/n$ vale la disuguaglianza $(1+x)(1+2x)(1+3x)\cdots(1+nx)\geq 1+n(n+1)x/2$.

Punti: 3+4+3+3, 1+2+2+2+1, 4+2+4, 7, 7.