Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2014/2015

Dipartimento di Matematica e Informatica
Corso di Laurea in ☐ Informatica e ☐ TWM

Analisi Matematica

Prova Scritta del 18 settembre 2015

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Sono permessi libri e appunti cartacei ma non strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(x^2-e^x)\operatorname{sen} 2x + 2x\cos^2 x + 2\log(2-\cos x)}{\log(x^2+1)-\log(1-x^2)}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(x^2+x)^2 + 8(1-x)^{3/2} + 4e^{-2x}\operatorname{sen} x + 8(x-1)\cos x}{\left(\cos x - \sqrt{\cos x}\right)\operatorname{sen} x}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \big(\log(x+e)\big)^{1/x}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \left(x^3 - \sqrt{2x^6 - \sqrt{x^{12}-4x^9}}\right)$

2. Data la funzione $f(x) := \dfrac{2}{1-x^2} + \log\left|1-2x^2\right|$, trovare **a)** il dominio, eventuali simmetrie, i limiti agli estremi e gli eventuali asintoti; **b)** f', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di f; **c)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità e flessi; **d)** dimostrare che la funzione f si annulla in esattamente sei punti; **e)** un grafico qualitativo di f.

3. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

(a) $\dfrac{x^3-x}{x^2-2x-1}$, (b) $\dfrac{1}{\left(1+\log^2(\tan x)\right)\cos^2 x \tan x}$, (c) $\dfrac{\cos(1-\log^2 x)\log x}{x}$, (d) $x\log^2 x$.

4. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{2x-1}\,dx$, per esempio con la sostituzione $y=\sqrt{2x+1}$.

5. Definiamo per ricorrenza la successione $a_0 = a_1 = 1$, $a_{n+2} = a_{n+1} - 2a_n$. Dimostrare per induzione che $|a_n| \le 2^n$ per tutti gli $n \ge 0$.

Punti: 4 per ogni limite, 12, 3+3+2+4, 6, 6.