Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2014/2015

Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche
Corso di Laurea in ☐ Informatica e ☐ TWM

Analisi Matematica, tema A

Prova Scritta del 4 settembre 2015

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. La brutta copia non va consegnata. Sono permessi libri e appunti cartacei ma non strumenti elettronici. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(2e^x - \cos x)\operatorname{sen} x - (1-x^2)\operatorname{arcsen} x}{e^{-x} - \sqrt{1-2x}}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{6(2x^2+x)\cos x - 2(x-2)\operatorname{sen} x - 5e^x \operatorname{sen} 2x}{\left(1-\sqrt{\cos x}\right)\log(1-x)}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x + \sqrt{\operatorname{sen}(x^2)}}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \left(2x - \sqrt{9x^2 - x} + \sqrt{x^2+x}\right)$

2. Data la funzione $f(x) = \dfrac{3x^2-1}{x^3}$, trovare **a)** il dominio, eventuali simmetrie, i limiti agli estremi e gli eventuali asintoti; **b)** il segno di f; **c)** f', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di f; **d)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità e flessi; **e)** un grafico qualitativo di f.

3. Calcolare primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti):

(a) $\dfrac{4x^3-2x^2+1}{4x^2-8x+5}$, (b) $\dfrac{\arctan x}{(1+x^2)\sqrt{1-\arctan^2 x}}$, (c) $\dfrac{(\log x)\cos(2+\log^2 x)}{x}$, (d) $xe^x \operatorname{sen} x$.

4. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int \frac{2x+1}{x^2\sqrt{(x+1)/x}}\,dx$, per esempio con la sostituzione $y = \sqrt{(x+1)/x}$.

5. Dimostrare per induzione che $1! + 2! + 3! + \cdots + n! \le \dfrac{n!\cdot n}{2}$ per $n \ge 3$.

Punti: 4 per ogni limite, 10, 3+3+2+4, 6, 6.