Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2013/2014

Dipartimento di Matematica e Informatica
Corso di Laurea in ☐ Informatica e ☐ TWM

Analisi Matematica

Prova Scritta del 5 febbraio 2015

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Va riportato lo svolgimento degli esercizi. Si possono consultare libri e appunti.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(x+1)\log(1-2x)+(1-x)\operatorname{sen} 2x\cos x}{\big(\log(1+x)-\log(1+2x)\big)^2}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(x-1)^3-5\log(1+x)+(x-1)\operatorname{sen}^2 x+e^{2x}\cos x}{(e^x+e^{-x}-2)\big(1-\sqrt{1-x}\big)}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \big(xe^x-\sqrt{x^2e^{2x}-(x+2)e^x+1}\big)$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{e^{x^2}-e^{-x^2}}}{\sqrt{1+x}-\cos 2x}$

2. Data la funzione $f(x) := \dfrac{3x+5}{x^3+7}$, si studino **(a)** il dominio di definizione ed eventuali simmetrie; **(b)** il segno di $f(x)$, i limiti sulla frontiera del dominio ed eventuali asintoti; **(c)** la derivata prima, gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo/minimo locale e/o globale (in 1 si annulla f'); **(d)** la derivata seconda; **(e)** mostrare che f'' si annulla in 0, in -1 e in esattamente un altro punto $x_3 > 1$, e determinare gli intervalli di convessità/concavità e gli eventuali flessi; **(f)** Si tracci un grafico qualitativo di f.

3. Trovare una primitiva (integrale indefinito) delle seguenti funzioni

$$\text{(a)}\quad \frac{2x^3-x^2+4}{9x^2-6x+2}\,,\qquad \text{(b)}\quad \frac{\cos x}{1+\operatorname{sen}^2 x}\,,\qquad \text{(c)}\quad e^x x\operatorname{sen} x\,.$$

4. Trovare una primitiva della funzione $\dfrac{1}{(2x-1)\sqrt{2x+3}}$, ad esempio con la sostituzione $y=\sqrt{2x+3}$.

5 Dimostrare *per induzione* che $(2n+2)+(2n+3)+(2n+4)+\cdots+(3n+2) = (n+1)(5n+4)/2$ se $n \geq 0$.

Punti: 3+4+3+3, 1+3+2+2+3+1, 4+2+4, 7, 7.