Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2013/2014

Dipartimento di Matematica e Informatica
Corso di Laurea in ☐ Informatica e ☐ TWM

# Analisi Matematica

Prova Scritta del 16 settembre 2014

Cognome e Nome:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Matricola:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

Documento d'identità (se chiesto):

| |
|---|
| |

Si prega di consegnare anche il presente testo. Va riportato lo svolgimento degli esercizi. Si possono consultare libri e appunti.

**1.** Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{2\log(2-e^x)-(e^x-x^2)\operatorname{sen} 2x + 4x\cos^2 x}{e^{2x}-2e^x+1}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{4(x^2-2)\cos x - 11(x^2+2x)^2 + 8(2x+1)^{3/2} - 12e^{-x}\operatorname{sen} 2x}{(\cos 2x - \cos x)\operatorname{sen} x}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \left(x^2 - \sqrt{2x^4 + x^2 - \sqrt{x^8 - x^4}}\right)$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \big(\cos x\big)^{1/x^2}$

**2.** Data la funzione $f(x) := \dfrac{2x^2}{x^2+1} - \log(2x^2+1)$, si studino **(a)** il dominio di definizione ed eventuali simmetrie; **(b)** i limiti sulla frontiera del dominio ed eventuali asintoti; **(c)** la derivata prima, gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo/minimo locale e/o globale; **(d)** il segno di $f(x)$, sfruttando i risultati sulla monotonia; **(e)** la derivata seconda, gli intervalli di convessità/concavità e gli eventuali flessi; **(f)** Si tracci un grafico qualitativo di $f$.

**3.** Trovare una primitiva (integrale indefinito) delle seguenti funzioni

$$\text{(a)}\quad \frac{x^3-2}{x^2-2x-1}\,, \qquad \text{(b)}\quad \frac{1}{\sqrt{1-x^2}(1+\arccos^2 x)}\,, \qquad \text{(c)}\quad (1-3x^2)\log(x+1)\,.$$

**4.** Trovare una primitiva della funzione $\dfrac{\sqrt{2x-1}}{2x+1}$, ad esempio con la sostituzione $y = \sqrt{2x-1}$.

**5.** Definiamo la successione $a_0 = 1$, $a_1 = 1$, $a_{n+2} = a_{n+1} + 6a_n$. Dimostrare che $a_{n+1} < 3a_n$ quando $n$ è pari, mentre $a_{n+1} > 3a_n$ quando $n$ è dispari.

*Punti: 3+4+3+3, 1+2+3+3+3+1, 4+3+3, 7, 7.*