Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2013/2014

Dipartimento di Matematica e Informatica
Corso di Laurea in ☐ Informatica e ☐ TWM

Analisi Matematica

Prova Scritta del 2 settembre 2014

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Va riportato lo svolgimento degli esercizi. Si possono consultare libri e appunti.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(1+x^2)\arctan x - (2e^x - \cos x)\operatorname{sen} x}{e^x - \sqrt{1+2x}}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x}\operatorname{sen} x - 3(2x-1)\operatorname{sen} x + 4(x-1)x\cos x}{\log(1+x)\big(1-\sqrt{\cos x}\big)}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x - \sqrt{\operatorname{sen}(x^2)}}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \big(x + \sqrt{x^2+x} - \sqrt{4x^2+2x}\big)$

2. Data la funzione $f(x) := \dfrac{x}{x^4+3}$, si studino **(a)** il dominio di definizione ed eventuali simmetrie; **(b)** il segno di $f(x)$, i limiti sulla frontiera del dominio ed eventuali asintoti; **(c)** la derivata prima, gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo/minimo locale e/o globale (gli zeri di f' si trovano facilmente); **(d)** la derivata seconda, gli intervalli di convessità/concavità e gli eventuali flessi; **(e)** Si tracci un grafico qualitativo di f.

3. Trovare una primitiva (integrale indefinito) delle seguenti funzioni

$$\text{(a)}\quad \frac{x^3-6x^2+3}{x^2-6x+10}\,,\qquad \text{(b)}\quad \frac{(1+\tan^2 x)\tan x}{\sqrt{1-\tan^2 x}}\,,\qquad \text{(c)}\quad (e^x - e^{-x})\cos x\,.$$

4. Trovare una primitiva della funzione $\dfrac{x^2}{\sqrt{2x-1}}$, ad esempio con la sostituzione $y = \sqrt{2x-1}$.

5. Dimostrare per induzione su n che vale la disuguaglianza $1! + 2! + 3! + \cdots + n! \geq n! \cdot \dfrac{n}{n-1}$ quando $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$.

Punti: 3+4+3+4, 12, 4+3+4, 7, 7.