

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali Corso di Laurea in  $\square$  Informatica e  $\square$  TWM

## Analisi Matematica

Prova Scritta dell'11 febbraio 2014

Cognome e Nome:																								
Matricola:								Documento d'identità (se chiesto):																

Si prega di consegnare anche il presente testo. Va riportato lo svolgimento degli esercizi. Si possono consultare libri e appunti.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) 
$$\lim_{x \to +\infty} \left( \sqrt{x + \log(e^x - 1)} - \sqrt{2x + \sqrt{x}} \right)$$

b) 
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{\log(1+x^2)}}{e^x - \sqrt{1+x}}$$

c) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{6x^2 - x^3 - 12x + 8 + (18x - 18)\sin^2 x + 20\sin x - 8e^x\cos 2x}{(e^x - 1)(1 - \sqrt{1 - x^2})}$$

d) 
$$\lim_{x\to 0} \frac{(x-1)(\log(1+2x)-2\sin x\cos x)}{(\sin x - \sin 2x)^2}$$

- 2. Data la funzione  $f(x) := \frac{x^2 x^4}{5x^2 1}$ , si studino (a) il dominio di definizione ed eventuali simmetrie; (b) il segno di f(x), i limiti sulla frontiera del dominio ed eventuali asintoti; (c) la derivata prima, gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo/minimo locale e/o globale; (d) la derivata seconda, gli intervalli di convessità/concavità e gli eventuali flessi (in  $\pm 1$  si annulla f''); (e) Si tracci un grafico qualitativo di f.
- 3. Trovare una primitiva (integrale indefinito) delle seguenti funzioni

(a) 
$$\frac{x^3 - x^2 + 5}{2x^2 - 2x + 1}$$
, (b)  $\frac{1}{(1 + x^2)(1 + (\arctan x)^2)}$ , (c)  $\frac{1}{x^2} \log x$ .

- **4.** Trovare una primitiva della funzione  $\frac{1}{(1+2x)\sqrt{2x-1}}$ , ad esempio con la sostituzione  $y=\sqrt{2x-1}$ .
- **5** Sia  $a_n$  la successione definita per ricorrenza:  $a_0 = 0$ ,  $a_1 = 4$ ,  $a_{n+2} = 3a_n 2a_{n+1}$ . Dimostrare che  $a_n = 1 (-3)^n$  per ogni n. Dimostrare poi che  $a_0 + a_1 + \cdots + a_n = (4n+3+(-3)^n)/4$ .