Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2012/2013

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in ☐ Informatica e ☐ TWM

Analisi Matematica

Prova Scritta del 25 settembre 2013

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Va riportato lo svolgimento degli esercizi. Si possono consultare libri e appunti.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(x^2-e^x)\operatorname{sen} x + 2\log(\sqrt{1-x}) + 2x\cos x\cos 2x}{\log(1-x^2)}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(x^3-x)^2 + 8(2x^2-1)\cos x + 8(1-x)^{3/2} + 6e^{-2x}\operatorname{sen} 2x}{(\operatorname{sen} 2x - \operatorname{sen} x)^3}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} x\cos x}{x-\sqrt{4x^2-x^3}}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{x^2-\sqrt{x^4+2x^3-1}}{x+3}$

2. Data la funzione $f(x) := \dfrac{5x^2+3}{2x^2-x+1}$, si studino **(a)** il dominio di definizione ed eventuali simmetrie; **(b)** il segno di $f(x)$, i limiti sulla frontiera del dominio ed eventuali asintoti; **(c)** la derivata prima, gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo/minimo locale e/o globale; **(d)** la derivata seconda, gli intervalli di convessità/concavità e gli eventuali flessi (suggerimento: un flesso è per $x = 1$); **(e)** Si tracci un grafico qualitativo di f.

3. Trovare una primitiva (integrale indefinito) delle seguenti funzioni

$$\text{(a)}\quad \frac{1}{x^2-2x-1}\,,\qquad \text{(b)}\quad \frac{1}{(1+x^2)(1+\arctan^2 x)}\,,\qquad \text{(c)}\quad (2x+1)\log(x+1)\,.$$

4. Trovare una primitiva della funzione $\dfrac{\sqrt{x-2}}{2x+1}$, ad esempio con la sostituzione $y = \sqrt{x-2}$.

5. Dimostrare per induzione su $n \geq 1$ che $1^1 + 2^2 + 3^3 + 4^4 + \cdots + n^n < (n+1)^n$.

Punti: 3+4+3+3, 2+3+3+3+1, 4+3+3, 7, 7.