Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2011/2012

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in ☐ Informatica e ☐ TWM

Analisi Matematica

Prova Scritta del 5 settembre 2012

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Va riportato lo svolgimento degli esercizi. Si possono consultare libri e appunti.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{2(x^2-1)\operatorname{arcsen} x + (e^x+\cos x)\operatorname{sen} x}{\big(\log(1-x)-\log(1+x)\big)^2}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{9(x^2-2x)\cos x + 3e^{2x}\operatorname{sen} x - 5(x-1)\operatorname{sen} 3x}{(1-\cos x)\log\sqrt{1-x}}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \arctan\Big(\frac{2x-1}{x}\Big)$

d) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \big(\sqrt{x^4-2x^2}-\sqrt{x^4-3x^2-5x}\big)$

2. Data la funzione $f(x) := \dfrac{2x^2-1}{(x^2-1)^2}$, si studino **(a)** il dominio di definizione ed eventuali simmetrie; **(b)** il segno di $f(x)$, i limiti sulla frontiera del dominio ed eventuali asintoti; **(c)** la derivata prima, gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo/minimo locale e/o globale (nel calcolare f' si raccolgano i fattori comuni); **(d)** la derivata seconda, gli intervalli di convessità/concavità e gli eventuali flessi; **(e)** Si tracci un grafico qualitativo di f.

3. Trovare una primitiva (integrale indefinito) delle seguenti funzioni

$$\text{(a)}\quad \frac{2x^3-x^2+3}{x^2+2x-3}\,,\qquad \text{(b)}\quad \frac{\log x}{x\big(1+(\log x)^2\big)}\,,\qquad \text{(c)}\quad x(\log x)^2\,.$$

4. Trovare una primitiva della funzione $\dfrac{1}{(2x-1)\sqrt{2x+1}}$, ad esempio con la sostituzione $y=\sqrt{2x+1}$.

5. Dimostrare per induzione su n che $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{4k-k^2-2}{2^k} = \frac{n^2}{2^n}$.

Punti: 3+4+3+3, 2+3+3+3+1, 4+2+4, 7, 7.