Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2010/2011

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica e TWM

Analisi Matematica

Prova Scritta del 31 gennaio 2012

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Va riportato lo svolgimento degli esercizi. Si possono consultare libri e appunti.

1. Calcolare i seguenti limiti

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(1-x)^2\log(1-x)+(2\operatorname{sen}x-x)\cos x}{x\operatorname{sen}\big(1-\sqrt{x+1}\big)}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3(e^{-x}-1)^2-e^x(x^2+2x)+2\operatorname{sen}x\cos x}{(x^2+x)\log(1-x^2)}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \Big(\frac{x^2-3x+4}{x^2+x}\Big)^x$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{1+x}-(1+x)^{1/x}-2\log x}{(2x^2-3x+1)\big(\cos^2(x-1)-1\big)}$

2. Data la funzione $f(x) := \dfrac{3x^2-4x+1}{x^2+4x-1}$, si studino **(a)** il dominio di definizione, gli zeri e il segno; **(b)** i limiti sulla frontiera del dominio e gli eventuali asintoti; **(c)** la derivata prima, gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo/minimo locale e/o globale; **(d)** la derivata seconda, mostrando che c'è un flesso in un punto di attraversamento dell'asse x. **(e)** Si tracci l'andamento qualitativo del grafico di f.

3. Trovare una primitiva (integrale indefinito) delle seguenti funzioni

$$\text{(a)}\quad \frac{2x^4-3x^3-2}{2x^2-3x-2}\,,\qquad \text{(b)}\quad \frac{1}{x\sqrt{1-\log^2 x}}-e^{1-\cos x}\operatorname{sen}x\,,\qquad \text{(c)}\quad x\operatorname{sen}(\log x)\,.$$

4. Trovare una primitiva della funzione $\dfrac{1}{(x^2-1)^{3/2}}$, ad esempio con la sostituzione $x = \sqrt{(y+1)/y}$, oppure con $x = 1/\cos x$.

5. Dimostrare per induzione su n che $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(-3)^k(4k-1) = 3(-3)^n n$ quando $n \geq 1$.

Punti: 3+4+3+2, 2+2+2+3+1, 4+3+4, 6, 6.