Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2010/2011

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica e TWM

Analisi Matematica

Prova Scritta del 5 settembre 2011

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Va riportato lo svolgimento degli esercizi. Si possono consultare libri e appunti.

1. Calcolare i seguenti limiti

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{2x + (x+1)^2 \operatorname{sen} 2x - 4xe^x \cos x}{(1-e^{-2x})^3}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^2 \log(1+x) - \cos 2x \tan x}{(1-e^{-x})^2 (x - \cos x)^2}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^{1/x} - 3}{\sqrt{1-\cos x} - x}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{3x+1}{\sqrt{x^4 - 2x^3} - \sqrt{x^4 + x}}$

2. Data la funzione $f(x) := \log|x+1| - \dfrac{2x}{x+2}$, si studino **(a)** il dominio di definizione, i limiti sulla frontiera del dominio e gli eventuali asintoti; **(b)** la derivata prima, gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo/minimo locale e/o globale; **(c)** la derivata seconda, gli intervalli di convessità/concavità e gli eventuali flessi; **(d)** si mostri che la $f(x)$ si annulla in esattamente tre punti; **(e)** Si tracci un grafico qualitativo di f.

3. Trovare una primitiva (integrale indefinito) delle seguenti funzioni

$$\text{(a)} \quad \frac{x^2 - x + 2}{9x^2 - 6x + 10}\,, \qquad \text{(b)} \quad \frac{\cos x \cos 2x - 2 \operatorname{sen} x \operatorname{sen} 2x}{\operatorname{sen}^2 x \cos^2 2x + 1}\,, \qquad \text{(c)} \quad (x - 2e^x)\cos x\,.$$

4. Trovare una primitiva della funzione $\dfrac{1}{\sqrt{x^5(x+1)}}$, ad esempio con la sostituzione $y = 1 + 1/x$.

5. Definiamo per ricorrenza la successione $a_0 = 1$, $a_1 = 1$, $a_{n+2} = 2a_n + a_{n+1}$. Dimostrare che vale la relazione $a_n = (2^{n+1} + (-1)^n)/3$ per ogni $n \geq 0$.

Punti: 4+3+3+3, 2+2+2+3+1, 4+2+4, 7, 7.