Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2009/2010

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica e TWM

# Analisi Matematica

Prova Scritta del 20 settembre 2010

Cognome e Nome:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Matricola:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

Documento d'identità (se chiesto):

| |
|---|
| |

Si prega di consegnare anche il presente testo. Va riportato lo svolgimento degli esercizi. Si possono consultare libri e appunti.

**1.** Calcolare i seguenti limiti

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{6(1-e^x)^2 + 2e^{-2x}\operatorname{sen} x - (x+1)\operatorname{sen} 2x}{\left(e^{\operatorname{sen} x}-1\right)^2 \log(1+2x)}$,

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{2e^{1+2x} - \cos(x^2)}{2-\sqrt{4+x}}$,

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{2(x+1)\log(x+1) + e^x(x\cos 2x - 3\operatorname{sen} x)}{\left(\sqrt{1-\operatorname{sen} x} - \sqrt{1+\operatorname{sen} x}\right)e^x \tan x}$,

d) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \left(\sqrt{\frac{x^4-2x^2+3}{x+1}} - \sqrt{x^3-x^2-x+1}\right)$.

**2.** Data la funzione $f(x) := \dfrac{x^4}{x^2-2}$, si studino **(a)** il dominio di definizione, le eventuali simmetrie e il segno di $f(x)$; **(b)** i limiti sulla frontiera del dominio e gli eventuali asintoti; **(c)** la derivata prima, gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo/minimo locale e/o globale; **(d)** la derivata seconda, e gli intervalli di convessità/concavità; **(e)** Si tracci l'andamento qualitativo del grafico di $f$.

**3.** Trovare una primitiva (integrale indefinito) delle seguenti funzioni

$$\text{(a)}\quad \frac{2x^4+x^3-3}{x^2+4x+5}, \quad \text{(b)}\quad \frac{3x^2+4}{x^3+4x} - \frac{5\operatorname{sen} x}{2\sqrt{3-\cos x}}, \quad \text{(c)}\quad (x-e^x)\operatorname{sen} 2x\,.$$

**4.** Trovare una primitiva della funzione $\dfrac{1}{(x+1)\sqrt{2x+1}}$, ad esempio con la sostituzione $x = y/(1-y)$.

**5.** Dimostrare per induzione che $\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)^n \geq 1+2nx$ ogniqualvolta $-1 < x < 1$ e $n \in \mathbb{N}$. (Ci si può ispirare alla dimostrazione della disuguaglianza di Bernoulli).

*Punti: 4+2+3+2, 2+2+2+3+1, 4+3+4, 6, 6.*