Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2009/2010

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica e TWM

Analisi Matematica, tema A

Compitino dell'8 luglio 2010

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Sono vietati libri, appunti e calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(1-2x)\log(1-2x)-(x^2-2x)\cos x}{(2x-\cos x)\big((x-1)\operatorname{sen} x+\tan x\big)}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{4\log(\sqrt{1-x})-3(x^2-2x)\cos x-4xe^{-x}}{\big((1+x)^{1/x}-1\big)(1-e^{2x})\log(\cos x)}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{12(x-1)^2e^x+16(x+1)\sqrt{x+1}-28-3\operatorname{sen} 4x}{\big(e^x+\log(1+x)-1\big)\operatorname{sen}(x^2)}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3\arctan(x-x^2)-6+(2x+6)\cos 2x}{(x+1)^x-\sqrt{e^{-x}+e^{2x}-1}}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\log(2-x)-\log(2+2x)}{(1-2x^3)\cos x-e^{1-\cos x}}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{3x-1-\log(e^{2x}+e^x)}{\log(e^{-x}+e^{2x})}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2-3x}-\sqrt{3-2x}}{(x^2+7)^2\operatorname{sen} 4x}$

2. Data la funzione $f(x)=\dfrac{(x+4)(x^2-1)}{4x^2-x-4}$, trovare **a)** il dominio e il segno della f; **b)** i limiti sulla frontiera del dominio; **c)** gli eventuali asintoti; **d)** f' e gli intervalli di crescenza/decrescenza e i massimi e minimi di f; **e)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità; **f)** un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x)=3x^2-6x+\dfrac{2\pi}{\sqrt{3}}+4\sqrt{3}\arctan\Big(\dfrac{x-1}{(x+1)\sqrt{3}}\Big)$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** g', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di g; **d)** g'' e gli intervalli di convessità/concavità di g; **e)** il segno di g, basandosi sui risultati precedenti (ricordare che $\tan(\pi/6)=1/\sqrt{3}$); **f)** un grafico di g.

4. Si studi la monotonia e l'eventuale limite della successione ricorsiva $a_{n+1}=2a_n/(a_n+1)$, supponendo il dato iniziale a_0 non negativo.

5. Si calcolino primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti due volte)

(a) $\dfrac{x^2+1}{4x^2+4x+5}$, (b) $\dfrac{3x}{\sqrt{1-4x^4}}$, (c) $\dfrac{\sqrt{\log(x+3)+2}}{x+3}$, (d) $(e^{-x}+e^x)(\operatorname{sen} x+\cos x)$.

6. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int\sqrt{\frac{(x+1)^3}{x^7}}\,dx$, per esempio con la sostituzione $y=1-1/x$.

Punti: 3+4+4+2+2+2+2, 8, 9, 7, 3+2+2+4, 5.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2009/2010

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica e TWM

Analisi Matematica, tema B

Compitino dell'8 luglio 2010

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Sono vietati libri, appunti e calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{8\log(\sqrt{x+1}) - 2(2x^2-x)\cos x - 6xe^{-x}}{\big(1-(1+x)^{1/x}\big)(1-e^{2x})\log(\cos x)}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3(x-1)^2e^x + 4(1-x)\sqrt{1-x} - 7 + 3\operatorname{sen} 3x}{(1-\operatorname{sen} 2x - e^{-x})\tan 2x \operatorname{sen} x}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(1-3x)\log(1-3x) - 3(x^2-x)\cos 2x}{(x+\cos 2x)((x-3)\operatorname{sen} x + 3\tan x)}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3\arctan(x-x^2) - 6 + (2x+6)\cos 2x}{(2x+1)^x - \sqrt{e^x + e^{2x} - 1}}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\log(2-x) - \log(x+2)}{(1-x^2)\cos 2x - e^{1-\cos 2x}}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1-3x} - \sqrt{2-5x}}{(x^3+2)^2 \operatorname{sen} 3x}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{2x+1-\log(e^x+e^{4x})}{\log(e^{-x}+e^x)}$

2. Data la funzione $f(x) = \dfrac{(4-x)(x^2-1)}{4x^2+x-4}$, trovare **a)** il dominio e il segno della f; **b)** i limiti sulla frontiera del dominio; **c)** gli eventuali asintoti; **d)** f' e gli intervalli di crescenza/decrescenza e i massimi e minimi di f; **e)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità; **f)** un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x) = 3x^2 + 6x + 4\sqrt{3}\arctan\Big(\dfrac{x+1}{\sqrt{3}(x-1)}\Big) + \dfrac{2\pi}{\sqrt{3}}$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** g', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di g; **d)** g'' e gli intervalli di convessità/concavità di g; **e)** il segno di g, basandosi sui risultati precedenti (ricordare che $\tan(\pi/6) = 1/\sqrt{3}$); **f)** un grafico di g.

4. Si studi la monotonia e l'eventuale limite della successione ricorsiva $a_{n+1} = 4a_n/(2a_n+1)$, supponendo il dato iniziale a_0 non negativo.

5. Si calcolino primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti due volte)

(a) $\dfrac{1-x^2}{4x^2-4x+5}$, (b) $\dfrac{2x}{\sqrt{1-9x^4}}$, (c) $\dfrac{\sqrt{3-\log(x+2)}}{x+2}$, (d) $(e^x - e^{-x})(\operatorname{sen} x + \cos x)$.

6. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int \sqrt{\frac{(1-x)^3}{x^7}}\,dx$, per esempio con la sostituzione $y = 1 + 1/x$.

Punti: 4+4+3+2+2+2+2, 8, 9, 7, 3+2+2+4, 5.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2009/2010

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica e TWM

Analisi Matematica, tema C

Compitino dell'8 luglio 2010

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Sono vietati libri, appunti e calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{4\log(\sqrt{1-x}) - 3(x^2-2x)\cos x - 4xe^{-x}}{\big((1+x)^{1/x}-1\big)(1-e^{2x})\log(\cos x)}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{12(x-1)^2e^x + 16(x+1)\sqrt{x+1} - 28 - 3\operatorname{sen} 4x}{\big(e^x + \log(1+x) - 1\big)\operatorname{sen}(x^2)}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3\arctan(x-x^2) - 6 + (2x+6)\cos 2x}{(x+1)^x - \sqrt{e^{-x}+e^{2x}-1}}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(1-2x)\log(1-2x) - (x^2-2x)\cos x}{(2x-\cos x)\big((x-1)\operatorname{sen} x + \tan x\big)}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\log(2-x) - \log(2+2x)}{(1-2x^3)\cos x - e^{1-\cos x}}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2-3x} - \sqrt{3-2x}}{(x^2+7)^2\operatorname{sen} 4x}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{3x - 1 - \log(e^{2x}+e^x)}{\log(e^{-x}+e^{2x})}$

2. Data la funzione $f(x) = \dfrac{(1-x^2)(x+4)}{4+x-4x^2}$, trovare **a)** il dominio e il segno della f; **b)** i limiti sulla frontiera del dominio; **c)** gli eventuali asintoti; **d)** f' e gli intervalli di crescenza/decrescenza e i massimi e minimi di f; **e)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità; **f)** un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x) = \dfrac{2\pi}{\sqrt{3}} + 3x(x-2) - 4\sqrt{3}\arctan\Big(\dfrac{1-x}{(x+1)\sqrt{3}}\Big)$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** g', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di g; **d)** g'' e gli intervalli di convessità/concavità di g; **e)** il segno di g, basandosi sui risultati precedenti (ricordare che $\tan(\pi/6) = 1/\sqrt{3}$); **f)** un grafico di g.

4. Si studi la monotonia e l'eventuale limite della successione ricorsiva $a_n = 2a_{n-1}/(1+a_{n-1})$, supponendo il dato iniziale a_0 non negativo.

5. Si calcolino primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti due volte)

(a) $\dfrac{\sqrt{2+\log(3+x)}}{3+x}$, (b) $\dfrac{1+x^2}{4x^2+4x+5}$, (c) $\dfrac{3x}{\sqrt{1-4x^4}}$, (d) $(\cos x + \operatorname{sen} x)(e^x + e^{-x})$.

6. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int \sqrt{\frac{(1+x)^3}{x^7}}\,dx$, per esempio con la sostituzione $y = (x-1)/x$.

Punti: 4+4+2+3+2+2+2, 8, 9, 7, 2+3+2+4, 5.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2009/2010

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica e TWM

Analisi Matematica, tema D

Compitino dell'8 luglio 2010

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Sono vietati libri, appunti e calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3(x-1)^2e^x + 4(1-x)\sqrt{1-x} - 7 + 3\operatorname{sen} 3x}{(1-\operatorname{sen} 2x - e^{-x})\tan 2x \operatorname{sen} x}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(1-3x)\log(1-3x) - 3(x^2-x)\cos 2x}{(x+\cos 2x)((x-3)\operatorname{sen} x + 3\tan x)}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3\arctan(x-x^2) - 6 + (2x+6)\cos 2x}{(2x+1)^x - \sqrt{e^x + e^{2x} - 1}}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{8\log(\sqrt{x+1}) - 2(2x^2-x)\cos x - 6xe^{-x}}{\big(1-(1+x)^{1/x}\big)(1-e^{2x})\log(\cos x)}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\log(2-x) - \log(x+2)}{(1-x^2)\cos 2x - e^{1-\cos 2x}}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{2x+1-\log(e^x+e^{4x})}{\log(e^{-x}+e^x)}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1-3x} - \sqrt{2-5x}}{(x^3+2)^2 \operatorname{sen} 3x}$

2. Data la funzione $f(x) = \dfrac{(x^2-1)(x-4)}{4-x-4x^2}$, trovare **a)** il dominio e il segno della f; **b)** i limiti sulla frontiera del dominio; **c)** gli eventuali asintoti; **d)** f' e gli intervalli di crescenza/decrescenza e i massimi e minimi di f; **e)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità; **f)** un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x) = 3x(x+2) + \dfrac{2\pi}{\sqrt{3}} - 4\sqrt{3}\arctan\Big(\dfrac{x+1}{\sqrt{3}(1-x)}\Big)$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** g', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di g; **d)** g'' e gli intervalli di convessità/concavità di g; **e)** il segno di g, basandosi sui risultati precedenti (ricordare che $\tan(\pi/6) = 1/\sqrt{3}$); **f)** un grafico di g.

4. Si studi la monotonia e l'eventuale limite della successione ricorsiva $a_n = 4a_{n-1}/(1+2a_{n-1})$, supponendo il dato iniziale a_0 non negativo.

5. Si calcolino primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti due volte)

(a) $\dfrac{2x}{\sqrt{1-9x^4}}$, (b) $\dfrac{x^2-1}{4x^2-4x+5}$, (c) $\dfrac{\sqrt{4-\log(2+x)}}{2+x}$, (d) $(\cos x + \operatorname{sen} x)(e^x - e^{-x})$.

6. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int \sqrt{\frac{(1-x)^3}{x^7}}\,dx$, per esempio con la sostituzione $y = (x+1)/x$.

Punti: 4+3+2+4+2+2+2, 8, 9, 7, 2+3+2+4, 5.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2009/2010

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica e TWM

Analisi Matematica, tema E

Compitino dell'8 luglio 2010

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Sono vietati libri, appunti e calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(x^2-3x)\cos x - xe^{-x} + 8\log\sqrt{x+1}}{\big(1-(1+x)^{1/x}\big)(e^{2x}-1)\log(\cos x)}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{16(x+1)\sqrt{x+1} + 12e^{-x}(1+x)^2 - 28 - 9\operatorname{sen} 4x}{\big(e^x + \log(1+x) - 1\big)\operatorname{sen}(x^2)}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\arctan(x^2+4x) - 1 - (x-1)\cos 2x}{(x+1)^{2x} - \sqrt{e^{-x}+e^{2x}-1}}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(1+4x)\log(1+4x) - 4(x^2+x)\cos 2x}{(x-\cos 2x)\big((2x-1)\operatorname{sen} x + \tan x\big)}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{x - 5 - \log(e^{2x}+e^{3x})}{\log(e^{-2x}+e^x)}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2-4x} - \sqrt{4-2x}}{(3x+4)^2 \operatorname{sen} 2x}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\log(2-3x) - \log(x+2)}{(4-x^2)\cos x - 4e^{1-\cos x}}$

2. Data la funzione $f(x) = \dfrac{(x+4)(1-x^2)}{4x^2-x-4}$, trovare **a)** il dominio e il segno della f; **b)** i limiti sulla frontiera del dominio; **c)** gli eventuali asintoti; **d)** f' e gli intervalli di crescenza/decrescenza e i massimi e minimi di f; **e)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità; **f)** un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x) = 6x - 3x^2 + 4\sqrt{3}\arctan\Big(\dfrac{1-x}{\sqrt{3}(x+1)}\Big) - \dfrac{2\pi}{\sqrt{3}}$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** g', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di g; **d)** g'' e gli intervalli di convessità/concavità di g; **e)** il segno di g, basandosi sui risultati precedenti (ricordare che $\tan(\pi/6) = 1/\sqrt{3}$); **f)** un grafico di g.

4. Si studi la monotonia e l'eventuale limite della successione ricorsiva $a_{n+1} = 4a_n/(a_n+2)$, supponendo il dato iniziale a_0 non negativo.

5. Si calcolino primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti due volte)

(a) $\dfrac{1-x^2}{4x^2-4x+2}$, (b) $\dfrac{4x}{\sqrt{1-16x^4}}$, (c) $\dfrac{\sqrt{4-\log(2-x)}}{2-x}$, (d) $(e^{-x}+e^x)(\cos x - \operatorname{sen} x)$.

6. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int \sqrt{\frac{(2x-1)^3}{x^7}}\,dx$, per esempio con la sostituzione $y = 1 + 1/x$.

Punti: 4+4+2+3+2+2+2, 8, 9, 7, 3+2+2+4, 5.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2009/2010

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica e TWM

Analisi Matematica, tema F

Compitino dell'8 luglio 2010

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Sono vietati libri, appunti e calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3\arctan(x-x^2)-6+(2x+6)\cos 2x}{(x+1)^x-\sqrt{e^{-2x}+e^x-1}}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3(2x^2-x)\cos x+(3x+1)\log(3x+1)}{(x-2\cos x)((x-2)\operatorname{sen} x+2\tan x)}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{12(x+1)^2e^{-x}+16(1-x)\sqrt{1-x}-28+3\operatorname{sen} 4x}{(e^{2x}-\operatorname{sen} x-1)\operatorname{sen} 2x\tan x}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3(x^2-x)\cos x+xe^{-2x}+4\log\sqrt{x+1}}{\big((1+x)^{1/x}-1\big)(1-e^{2x})\log(\cos x)}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2-3x}-\sqrt{3-2x}}{(2-5x^2)^2\tan 2x}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{3-2x-\log(e^{3x}+e^{4x})}{\log(e^{-x}+e^{2x})}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\log(2-2x)-\log(x+2)}{(2-x^3)\cos x-2e^{1-\cos x}}$

2. Data la funzione $f(x)=\dfrac{(x-4)(x^2-1)}{4x^2+x-4}$, trovare **a)** il dominio e il segno della f; **b)** i limiti sulla frontiera del dominio; **c)** gli eventuali asintoti; **d)** f' e gli intervalli di crescenza/decrescenza e i massimi e minimi di f; **e)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità; **f)** un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x)=4\sqrt{3}\arctan\Big(\dfrac{x+1}{\sqrt{3}(1-x)}\Big)-3x^2-6x-\dfrac{2\pi}{\sqrt{3}}$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** g', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di g; **d)** g'' e gli intervalli di convessità/concavità di g; **e)** il segno di g, basandosi sui risultati precedenti (ricordare che $\tan(\pi/6)=1/\sqrt{3}$); **f)** un grafico di g.

4. Si studi la monotonia e l'eventuale limite della successione ricorsiva $a_{n+1}=2a_n/(2a_n+1)$, supponendo il dato iniziale a_0 non negativo.

5. Si calcolino primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti due volte)

(a) $\dfrac{x^2+1}{4x^2+4x+2}$, (b) $\dfrac{10x}{\sqrt{1-25x^4}}$, (c) $\dfrac{\sqrt{5-\log(1-x)}}{1-x}$, (d) $(e^x-e^{-x})(\cos x-\operatorname{sen} x)$.

6. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int\sqrt{\frac{(2x+1)^3}{x^7}}\,dx$, per esempio con la sostituzione $y=1+1/x$.

Punti: 2+3+4+4+2+2+2, 8, 9, 7, 3+2+2+4, 5.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2009/2010

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica e TWM

Analisi Matematica, tema G

Compitino dell'8 luglio 2010

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Sono vietati libri, appunti e calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{16(x+1)\sqrt{x+1}+12e^{-x}(1+x)^2-28-9\operatorname{sen}4x}{\big(e^x+\log(1+x)-1\big)\operatorname{sen}(x^2)}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(1+4x)\log(1+4x)-4(x^2+x)\cos 2x}{(x-\cos 2x)\big((2x-1)\operatorname{sen}x+\tan x\big)}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(x^2-3x)\cos x - xe^{-x}+8\log\sqrt{x+1}}{\big(1-(1+x)^{1/x}\big)(e^{2x}-1)\log(\cos x)}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\arctan(x^2+4x)-1-(x-1)\cos 2x}{(x+1)^{2x}-\sqrt{e^{-x}+e^{2x}-1}}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2-4x}-\sqrt{4-2x}}{(3x+4)^2\operatorname{sen}2x}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\log(2-3x)-\log(x+2)}{(4-x^2)\cos x-4e^{1-\cos x}}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{x-5-\log(e^{2x}+e^{3x})}{\log(e^{-2x}+e^x)}$

2. Data la funzione $f(x)=\dfrac{(x^2-1)(x+4)}{4+x-4x^2}$, trovare **a)** il dominio e il segno della f; **b)** i limiti sulla frontiera del dominio; **c)** gli eventuali asintoti; **d)** f' e gli intervalli di crescenza/decrescenza e i massimi e minimi di f; **e)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità; **f)** un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x)=3x(2-x)-\dfrac{2\pi}{\sqrt{3}}-4\sqrt{3}\arctan\Big(\dfrac{x-1}{\sqrt{3}(x+1)}\Big)$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** g', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di g; **d)** g'' e gli intervalli di convessità/concavità di g; **e)** il segno di g, basandosi sui risultati precedenti (ricordare che $\tan(\pi/6)=1/\sqrt{3}$); **f)** un grafico di g.

4. Si studi la monotonia e l'eventuale limite della successione ricorsiva $a_n=4a_{n-1}/(2+a_{n-1})$, supponendo il dato iniziale a_0 non negativo.

5. Si calcolino primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti due volte)

(a) $\dfrac{4x}{\sqrt{1-16x^4}}$, (b) $\dfrac{x^2-1}{4x^2-4x+2}$, (c) $\dfrac{\sqrt{5-\log(2-x)}}{2-x}$, (d) $(\cos x-\operatorname{sen}x)(e^x+e^{-x})$.

6. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int\sqrt{\frac{(1-2x)^3}{x^7}}\,dx$, per esempio con la sostituzione $y=1+1/x$.

Punti: 4+3+4+2+2+2+2, 8, 9, 7, 2+3+2+4, 5.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2009/2010

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica e TWM

Analisi Matematica, tema H

Compitino dell'8 luglio 2010

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Sono vietati libri, appunti e calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3(x^2-x)\cos x + xe^{-2x} + 4\log\sqrt{x+1}}{\big((1+x)^{1/x}-1\big)(1-e^{2x})\log(\cos x)}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{12(x+1)^2e^{-x} + 16(1-x)\sqrt{1-x} - 28 + 3\operatorname{sen} 4x}{(e^{2x}-\operatorname{sen} x - 1)\operatorname{sen} 2x \tan x}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3\arctan(x-x^2) - 6 + (2x+6)\cos 2x}{(x+1)^x - \sqrt{e^{-2x}+e^x-1}}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3(2x^2-x)\cos x + (3x+1)\log(3x+1)}{(x-2\cos x)((x-2)\operatorname{sen} x + 2\tan x)}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2-3x}-\sqrt{3-2x}}{(2-5x^2)^2\tan 2x}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\log(2-2x)-\log(x+2)}{(2-x^3)\cos x - 2e^{1-\cos x}}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{3-2x-\log(e^{3x}+e^{4x})}{\log(e^{-x}+e^{2x})}$

2. Data la funzione $f(x) = \dfrac{(1-x^2)(4-x)}{4x^2+x-4}$, trovare **a)** il dominio e il segno della f; **b)** i limiti sulla frontiera del dominio; **c)** gli eventuali asintoti; **d)** f' e gli intervalli di crescenza/decrescenza e i massimi e minimi di f; **e)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità; **f)** un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x) = 4\sqrt{3}\arctan\Big(\dfrac{x+1}{\sqrt{3}(1-x)}\Big) - \dfrac{2\pi}{\sqrt{3}} - 3x(x+2)$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** g', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di g; **d)** g'' e gli intervalli di convessità/concavità di g; **e)** il segno di g, basandosi sui risultati precedenti (ricordare che $\tan(\pi/6) = 1/\sqrt{3}$); **f)** un grafico di g.

4. Si studi la monotonia e l'eventuale limite della successione ricorsiva $a_n = 2a_{n-1}/(1+2a_{n-1})$, supponendo il dato iniziale a_0 non negativo.

5. Si calcolino primitive delle seguenti funzioni (l'ultima per parti due volte)

(a) $\dfrac{\sqrt{7-\log(1-x)}}{1-x}$, (b) $\dfrac{10x}{\sqrt{1-25x^4}}$, (c) $\dfrac{1+x^2}{4x^2+4x+2}$, (d) $(\cos x - \operatorname{sen} x)(e^x - e^{-x})$.

6. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int \sqrt{\frac{(1+2x)^3}{x^7}}\,dx$, per esempio con la sostituzione $y = (x+1)/x$.

Punti: 4+4+2+3+2+2+2, 8, 9, 7, 2+2+3+4, 5.