Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2009/2010

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in ☐ Informatica e ☐ TWM

Analisi Matematica, tema A

Compitino del 4 febbraio 2010

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Le risposte vanno giustificate.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

a) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{2^x-1}-3x^2+\operatorname{sen}(x-1)}{(x-x^2)\big(1-\cos(x-1)\big)}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^3+2x^2}-\sqrt{x^3-2x^2}-2\sqrt{x+1})$

c) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{\cos(x-1)-1-2^x(e^{x-1}-1)\operatorname{sen}(x-1)}{(x^3-3x+4)(1+x^2-2x)}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\log_2(2+x)-\log_2(3+2^x)}{(1-e^{2x})\operatorname{sen}x\cos x}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\Big(\sqrt{x^2+x\log_2(x+3)+2x}-x-\frac{\log_2 x}{2}\Big)$

f) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\big(2\sqrt{x^4-2x^3+4x}-3\sqrt{x^4+2x^2-x}\big)$

g) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\big(\sqrt{5x+4^x-2^{x-2}}-\sqrt{4^x+2^{x+1}-3x}\big)$

h) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{\log_2(x+2^x)}{\log_2(x^2+3)-\sqrt{x^2+1}}$

i) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{1-4\cos(\frac{x^2}{2-x})}{(x+2)^{x+\operatorname{sen}x}}$

j) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{3x-4x^3-2x^7}{8x(3x^3-x^2)}$

k) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{2^x-x^24^x-\operatorname{sen}x}{x^3+3^x+4^{x+1}}$

l) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2+x-x^2}}{1-\cos x}$

m) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{(e^{-x}-1)\sqrt{3x^3+x^2}}{2x\cos x\operatorname{sen}x}$

n) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{2x-(1-2x^2)(x-x^3)}{x^2-5x^5+3}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\displaystyle\frac{9x}{(x-1)(x+2)}-\frac{1}{x+1}\ge0,$ (b) $\max\{3x-2,|x|\}+2x\ge4|x|,$

(c) $\sqrt{2-x-x^2}\le x+2.$

3. Dimostrare per induzione che $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{6-k^2}{2^k}=\frac{n(n+4)}{2^n}.$

4. Poniamo $X=\{(n-1)/(n^2-2n+2)\ :\ n\in\mathbb{Z}\}$. Dimostrare che $\sup X=1/2$ e $\inf X=-1/2$. Sono anche massimo e minimo?

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.

Università degli Studi di Udine

Anno Accademico 2009/2010

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in ☐ Informatica e ☐ TWM

Analisi Matematica, tema B

Compitino del 4 febbraio 2010

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Le risposte vanno giustificate.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-2x\log_2(x-1)+x}-x+\log_2 x\right)$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^3-x^2}-\sqrt{x^3+3x^2}+2\sqrt{x+1}\right)$

c) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{3^x(e^{x+1}-1)\operatorname{sen}(1+x)+1-\cos(x+1)}{(2x^3+x-1)(1+x^2+2x)}$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(3\sqrt{x^4-2x^3+x}-4\sqrt{x^4+x^2+5x}\right)$

e) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\log_2(1-x)-\log_2(9-2^x)}{(e^{-x}-1)\cos x\operatorname{sen} x}$

f) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{3^{x+1}-1}-x^2+\operatorname{sen}(1-x)}{(x-x^2)\left(\cos(x-1)-1\right)}$

g) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{2x+9^x-3^{x-1}}-\sqrt{9^x+3^{x+1}+x}\right)$

h) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(e^{2x}-1)\sqrt{x^3+3x^2}}{2x\operatorname{sen}x\cos x}$

i) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\log_2(x+2^{3x})}{\log_2(3x^2+1)-\sqrt{4x^2+1}}$

j) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+2x}-\sqrt{1+2x-x^2}}{\cos x-1}$

k) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x+2x^3-3x^7}{6x(2x^3-3x^2)}$

l) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2^x x^2-3^x x+\operatorname{sen}x}{x^2+3^{x+1}+2^x}$

m) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4-3\operatorname{sen}\left(\frac{x^2}{x+1}\right)}{(x+1)^{x-\operatorname{sen}x}}$

n) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+(2-x^2)(x+x^3)}{3x^3-2x^5+6}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\dfrac{9x}{(2-x)(x+1)}+\dfrac{1}{x-1}\geq 0$, (b) $\max\{3x-5,|x-1|\}+2x-2\geq 4|x-1|$,

(c) $\sqrt{2+x-x^2}\leq 2-x$.

3. Dimostrare per induzione che $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{6-2k^2}{3^k}=\frac{n(n+3)}{3^n}$.

4. Poniamo $X=\{(1-n)/(n^2-2n+2)\ :\ n\in\mathbb{Z}\}$. Dimostrare che $\sup X=1/2$ e $\inf X=-1/2$. Sono anche massimo e minimo?

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.

Università degli Studi di Udine | Anno Accademico 2009/2010

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in ☐ Informatica e ☐ TWM

Analisi Matematica, tema C

Compitino del 4 febbraio 2010

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Le risposte vanno giustificate.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

a) $\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^3-2x^2}-\sqrt{x^3+2x^2}+2\sqrt{x+1})$

b) $\lim_{x\to0}\dfrac{\log_2(1-x)-\log_2(7+2^x)}{(1-e^{2x})\cos x\operatorname{sen} x}$

c) $\lim_{x\to+\infty}\big(\sqrt{3x+4^x-2^{x+2}}-\sqrt{4^x+2^x-5x}\big)$

d) $\lim_{x\to-1}\dfrac{3^x(1-e^{x+1})\operatorname{sen}(x+1)+1-\cos(x+1)}{(x^3+3x-1)(1+x^2+2x)}$

e) $\lim_{x\to+\infty}\big(2\sqrt{2x^4-x^3+x}-4\sqrt{2x^4+x^2-3x}\big)$

f) $\lim_{x\to1}\dfrac{\sqrt{2^{x+1}-1}+\operatorname{sen}(x-1)-x^2}{(x-x^2)\big(\cos(1-x)-1\big)}$

g) $\lim_{x\to+\infty}\big(\sqrt{x^2-x+2x\log_2(x+1)}-x-\log_2 x\big)$

h) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{2^x-x^24^x-\operatorname{sen} x}{x^3+3^x+(x-1)4^{x+1}}$

i) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{\log_2(3x+2^{3x})}{\log_2(x^2+2)-\sqrt{x^2-1}}$

j) $\lim_{x\to-\infty}\dfrac{2x^3-6x-3x^7}{7x(3x^3-4x^2)}$

k) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{2-3\cos(\frac{x^2}{x-1})}{\big(x+1\big)^{x+\operatorname{sen} x}}$

l) $\lim_{x\to0}\dfrac{(1-e^x)\sqrt{3x^3+5x^2}}{2x\operatorname{sen} x\cos x}$

m) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{2x+(x-3x^2)(2x-x^3)}{3x^2-4x^5+9}$

n) $\lim_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1-x+2x^2}}{\cos x-1}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\dfrac{9(x-1)}{(3-x)x}+\dfrac{1}{x-2}\geq 0$, (b) $\max\{1-3x,|1-x|\}-2x+2\geq 4|1-x|$,

(c) $\sqrt{2+x-x^2}\leq x+1$.

3. Dimostrare per induzione che $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{3k-k^2}{2^k}=\frac{n(n+1)}{2^n}$.

4. Poniamo $X=\{(n+1)/(n^2+2n+2)\ :\ n\in\mathbb{Z}\}$. Dimostrare che $\sup X=1/2$ e $\inf X=-1/2$. Sono anche massimo e minimo?

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in ☐ Informatica e ☐ TWM

Analisi Matematica, tema D

Compitino del 4 febbraio 2010

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Le risposte vanno giustificate.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\log_2(x+2^x)}{\sqrt{9x^2-4}-\log_2(2x^2+1)}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} (\sqrt{2x+9^x+3^{x-1}}-\sqrt{9^x+3^{x+1}-2x})$

c) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^3-3x^2}-\sqrt{x^3+x^2}+2\sqrt{x+1}\right)$

d) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2-2x+x\log_2(x+2)}-x-\frac{\log_2 x}{2}\right)$

e) $\displaystyle\lim_{x\to1} \frac{2^x(1-e^{x-1})\operatorname{sen}(x-1)+1-\cos(x-1)}{(x^3+2x-5)(1+x^2-2x)}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(2\sqrt{2x^4-x^3+3x}-3\sqrt{2x^4+3x^2+x}\right)$

g) $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{\log_2(1+x)-\log_2(5-2^x)}{(e^{-x}-1)\operatorname{sen} x\cos x}$

h) $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{(1-e^{-x})\sqrt{x^3+4x^2}}{2x\cos x\operatorname{sen} x}$

i) $\displaystyle\lim_{x\to1} \frac{\sqrt{3^x-1}-2x^2+\operatorname{sen}(x-1)}{(x^2-x)\big(\cos(x-1)-1\big)}$

j) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{2^x-x^2 4^x+2\operatorname{sen} x}{x^2+2^x+(x+1)4^{x-1}}$

k) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{4x^3-5x-2x^7}{8x^2(3x^2-x)}$

l) $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1+x-x^2}}{1-\cos 2x}$

m) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{1-4\operatorname{sen}(\frac{x^2}{x+2})}{\big(x+2\big)^{x-\operatorname{sen} x}}$

n) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{x-(1-3x^2)(x+x^3)}{2x^2-3x^5+7}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\displaystyle\frac{9(x+1)}{x(x+3)}-\frac{1}{x+2}\ge 0,$ (b) $\max\{3x+1,|x+1|\}+2x+2\ge 4|x+1|,$

(c) $\sqrt{2-x-x^2}\le 1-x.$

3. Dimostrare per induzione che $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{4k-2k^2}{3^k}=\frac{n(n+1)}{3^n}.$

4. Poniamo $X=\{(n-1)/(n^2-2n+2) \ : \ n\in\mathbb{Z}\}$. Dimostrare che $\sup X=1/2$ e $\inf X=-1/2$. Sono anche massimo e minimo?

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.