

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema C

Compitino del 23 giugno 2009

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--	--

Documento d'identità (se chiesto):

--

Si prega di consegnare anche il presente testo. Sono vietati libri, appunti e calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5(x+1) \cos x - 2(x^2 - 2x - 1)^2 - 3e^{-\sin x}}{(\log(1-x) - \log(x+1))(3x-2)^3 \sin x}$, e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^x - \sqrt{\cos x + \sin 2x}}{\log(x+e^{x+1}) - (3x+1)^{-2/3}}$,

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{35x - 15e^{-x} \sin x + 8 - 8(x+1)^{5/2}}{(1 - e^{2x} + \sin x) \sin 2x \tan x}$, f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^{2/x} - 9}{\sqrt{1-x} - \sqrt{x+1}}$,

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2-x) \sin 2x + 2 \cos x - 2xe^{-x} - 2\sqrt{2x+1}}{(\cos x - 1)(e^x \sin x - x \sin x + x \cos x)}$, g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(3 + e^{4x}) - \sqrt{5 + 4x^2}}{\log(e^{2x} + 1)}$.

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x - 2 \sin x + 1} - (1 - \arctan x)^3}{2 - 2e^{-x^2-x} - \arctan 2x}$,

2. Data la funzione $f(x) = \frac{2x - x^2}{4x^2 - 8x + 3}$, trovare **a)** il dominio ed i limiti; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** il segno della f ; **d)** f' e gli intervalli di crescita/decrecenza e i massimi e minimi di f ; **e)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità; **f)** un grafico qualitativo di f .

3. Data la funzione $g(x) = \frac{(1-x)(1+x)^2}{3x^2 - 2x - 2}$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** il segno della g ; **d)** g' , la crescita/decrecenza e i punti di massimo/minimo di g ; **e)** g'' e mostrare che g'' si annulla in un solo punto. **f)** tracciare un grafico di g .

4. Si calcolino i polinomi di Taylor delle seguenti funzioni centrati in $x_0 = 0$:

(a) $e^{1-x} \log(1-x)$ di ordine 3, (b) $\frac{\sin x}{1-2x}$ di ord. 3, (c) $\frac{\log(1+2x)}{1-x^4}$ di ord. 7.

5. Si calcolino gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni (l'ultima per parti)

(a) $\frac{2-3x}{x^2+4x+5}$, (b) $\frac{e^x}{2\sqrt{1-9e^{2x}}}$, (c) $x\sqrt{\frac{2}{(4-x^2)^3}}$, (d) $e^{-x}(\cos x - 2x)$.

6. Calcolare l'integrale $\int \frac{1}{\sqrt{x^5(3x-1)}} dx$, per esempio con la sostituzione $y = -1 + 1/x$.

Punti: 3+4+4+2+2+2+2, 8, 9, 3+3+3, 3+2+2+4, 4.



Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema D

Compitino del 23 giugno 2009

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--	--

Documento d'identità (se chiesto):

--

Si prega di consegnare anche il presente testo. Sono vietati libri, appunti e calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{35x - 8(x+1)^{5/2} - 15e^{-x} \sin x + 8}{(\sin 2x - e^{-x} + 1) \sin x \tan 2x}, \quad \text{e) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\sin x + \cos x} - (1-x)^x}{(3x+1)^{-2/3} - \log(x+e^{x+1})},$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5(2-x) \sin x + 2 \cos 2x - 8xe^{-x} - 2\sqrt{2x+1}}{(1-e^{-x})(x^2 - 2x + \cos x \sin 2x)}, \quad \text{f) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(e^{5x} + 2) - \sqrt{1+9x^2}}{\log(e^x + 1)},$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + \arctan x)^3 - \sqrt{1-x+2\sin x}}{2e^{x-x^2} - 2 - \arctan 2x}, \quad \text{g) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - (1+x)^{2/x}}{\sqrt{1-2x} - \sqrt{1-x}}.$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3e^{-\sin x} + 2(x^2 - 2x - 1)^2 - 5(x+1) \cos x}{(\log(1-x) - \log(1+x))(2x+3)^3 \sin x},$$

2. Data la funzione $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{4x^2 - 8x + 3}$, trovare **a)** il dominio ed i limiti; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** il segno della f ; **d)** f' e gli intervalli di crescita/decrecenza e i massimi e minimi di f ; **e)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità; **f)** un grafico qualitativo di f .

3. Data la funzione $g(x) = \frac{(x-1)^2(x+1)}{2-2x-3x^2}$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** il segno della g ; **d)** g' , la crescita/decrecenza e i punti di massimo/minimo di g ; **e)** g'' e mostrare che g'' si annulla in un solo punto. **f)** tracciare un grafico di g .

4. Si calcolino i polinomi di Taylor delle seguenti funzioni centrati in $x_0 = 0$:

$$\text{(a) } e^{x-1} \log(1-x) \text{ di ordine 3, } \quad \text{(b) } \frac{\sin 2x}{1-x} \text{ di ord. 3, } \quad \text{(c) } \frac{\log(1+x)}{2x^4+1} \text{ di ord. 7.}$$

5. Si calcolino gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni (l'ultima per parti)

$$\text{(a) } \frac{3-2x}{x^2+4x+5}, \quad \text{(b) } \frac{e^x}{5\sqrt{1-4e^{2x}}}, \quad \text{(c) } x\sqrt{\frac{4}{(3-x^2)^3}}, \quad \text{(d) } e^{-x}(x + \cos 2x).$$

6. Calcolare l'integrale $\int \frac{1}{\sqrt{x^5(3x+1)}} dx$, per esempio con la sostituzione $y = -1 - 1/x$.

Punti: 4+4+2+3+2+2+2, 8, 9, 3+3+3, 3+2+2+4, 4.