Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2007/2008

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica

Prova Scritta del 25 febbraio 2009

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Va riportato lo svolgimento degli esercizi. Si possono consultare libri e appunti.

1. Calcolare i seguenti limiti

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(x^2+x)\cos x - 2\log(\sqrt{2x+1}) + xe^{\operatorname{sen} x}}{(x-\log(x^2+e^{2x}))\operatorname{sen} 2x \cos 2x}$, (b) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\Big(\frac{n+3}{(n+1)!}+1\Big)^{n!}$,

(c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{8-2(x^2+2x+3)\cos x - 2e^{-x} + \operatorname{sen} 2x}{(\sqrt{e^x-x}-\sqrt{2x^2-x+e^x})(2\operatorname{sen} x - x)}$ (d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1-x^2}+\sqrt{x^2+1}}{(2-e^{-x})(x^3-2x)}$.

2. Data la funzione $f(x) := \dfrac{2}{x+1} - \dfrac{1}{2x-1}$ si studino **(a)** il dominio di definizione; **(b)** i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti; **(c)** gli zeri e il segno; **(d)** la derivata prima, gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo/minimo locale e/o globale; **(e)** la derivata seconda, mostrando che si annulla in un solo punto. **(f)** Si tracci l'andamento qualitativo del grafico di f.

3. Trovare una primitiva (integrale indefinito) delle seguenti funzioni

(a) $\dfrac{x^2-x-3}{x^2-2x+5}$, (b) $\dfrac{e^{-x}(x-1)}{1-xe^{-x}} - (8x^3+2x)(2x^4+x^2+1)^3$, (c) $e^{-x}\cos 2x$.

4. Studiare la convergenza delle serie

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2n+2}-\sqrt{2n+1}}{n+1}$, (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \log\Big(\frac{n^2+1}{n^2+n+2}\Big)$, (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n-1)!}{(n+1)!+1}$.

5. Data la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n(n+3)/(2n^2-n-4)$

a. discuterne la convergenza, usando per esempio il criterio di Leibniz;

b. discuterne la convergenza assoluta.

6. Della funzione di due variabili $f(x,y) := 1-4x^2-16xy-16y^4+32y^3-32y^2$, trovare i punti stazionari e determinare se sono massimi, minimi o selle.

Punti: 3+3+4+3, 1+2+2+2+2+2, 4+3+4, 3+3+3, 4+4, 6.