Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2008/2009

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema A

Compitino del 18 febbraio 2009

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Le risposte vanno giustificate.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{(x+5)(2x^2-3x)(x-4x^3)}{2-3x^6-6x^4}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{2\cos 3x - \operatorname{sen} x}{\left(1+\frac{3}{x}\right)^{x^2}}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{3x^2-e^{x+3}+e^{2x}} - \sqrt{e^{x+1}+e^{2x}-x}\right)$

d) $\displaystyle\lim_{x\to1} \frac{(e^{x-1}-1)^2-(3-x)\operatorname{sen}^2(x-1)}{(x+1)(x+2)(x^2-2x+1)}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2-x\log(3x+2)} - \sqrt{x^2-x\log(x+1)}\right)$

f) $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{\sqrt{2x^3+4x^2}\log(1-2x)}{(e^x-1)\operatorname{sen} x}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} (\sqrt{4x^5+3x^3+2x^2} - 3\sqrt{x^5+2x^3+x^2})$

h) $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{2x^2+\cos x-1}{x\operatorname{sen} x}$

i) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{4x-3x^6-2x^2}{2-7x^5+3x^2}$

j) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{2^x-2x^3-x^2e^{2x}}{x3^x-e^x+5}$

k) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\log(x+e^{2x})}{2\log(2x^2+1)-x}$

l) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+1)!-n!}{(n-1)!\cdot 2n(3n-1)}$

m) $\displaystyle\lim_{x\to2} \frac{e^{x-2}-4\cos(2-x)}{(e^{x-2}-1)(e^{x-2}+1)}$

n) $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{\sqrt{1+\log(x+1)}-\sqrt{e^x+3}}{(2x^3-x^2)(1-\cos x)}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\displaystyle\frac{8x}{x+1}+\frac{1}{(x+1)(2x-1)} \geq 0$, (b) $\min\{1-2x, x\} - |x+2| \geq x$,

(c) $\sqrt{x^2+10x-2} \geq 2x+1$.

3. Dimostrare per induzione che $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{2-k}{2^k} = \frac{n}{2^n}$.

4. Poniamo $X = \{(2n+1)/(n^2+1) \ : \ n \in \mathbb{Z}, n \geq 0\}$. Dimostrare che $\sup X = 3/2$ e $\inf X = 0$. Sono anche massimo e minimo?

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2008/2009

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema B

Compitino del 18 febbraio 2009

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Le risposte vanno giustificate.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

a) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{5x^5+4x^3+2x^2}-2\sqrt{2x^5+2x^3+x^2}\right)$

b) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{3x^3+x^2}\log(2x+1)}{(e^x-1)\operatorname{sen}x}$

c) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-x\log(x+1)}-\sqrt{x^2-x\log(2x+3)}\right)$

d) $\lim_{x\to+\infty}\frac{4\operatorname{sen}(3x)+\cos x}{\left(1+\frac{1}{x}\right)^{2x^2}}$

e) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+2\log(1-x)}-\sqrt{4e^x+1}}{(x^3-2x^2)(1-\cos x)}$

f) $\lim_{x\to 1}\frac{(1-e^{x-1})^2+(x+3)\operatorname{sen}^2(x-1)}{(x-2)(x-3)(x^2-2x+1)}$

g) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{2x^3-e^{2x}+e^{4x}}-\sqrt{e^{2x+1}+e^{4x}-x}\right)$

h) $\lim_{x\to+\infty}\frac{xe^x-e^{3x}-x^4}{xe^{2x}-2^x+3}$

i) $\lim_{x\to+\infty}\frac{(3x^2-2x)(1-x^4-2x^2)}{2-2x^6+3x^5}$

j) $\lim_{x\to 2}\frac{\cos(2-x)-4e^{x-2}}{(e^{x-2}-1)(e^{x-2}+1)}$

k) $\lim_{x\to+\infty}\frac{\log(2x+e^{3x})}{\log(x^3+1)-x}$

l) $\lim_{x\to 0}\frac{3x^2+\cos x-1}{x\log(x+1)}$

m) $\lim_{x\to-\infty}\frac{3x-5x^7+x^2}{3x^5-4x^4+2}$

n) $\lim_{n\to+\infty}\frac{(n+1)!+n!}{(n-1)!\cdot n(2n-3)}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\frac{8x}{1-x}+\frac{1}{(1-x)(2x+1)}\le 0$, (b) $\min\{3-2x,x-1\}-|x+1|\ge x-1$,

(c) $\sqrt{x^2-10x-2}\ge 1-2x$.

3. Dimostrare per induzione che $\sum_{k=1}^{n}\frac{3-2k}{3^k}=\frac{n}{3^n}$.

4. Poniamo $X=\{(2n+1)/(n^2+1)\ :\ n\in\mathbb{Z},n\ge 0\}$. Dimostrare che $\sup X=3/2$ e $\inf X=0$. Sono anche massimo e minimo?

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2008/2009

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema C

Compitino del 18 febbraio 2009

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Le risposte vanno giustificate.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

a) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{2x^3+4x^2}\log(x+1)}{(1-e^{-2x})\operatorname{sen}(2x)}$

b) $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{3\operatorname{sen}(2x)-\cos x}{\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^{x^2}}$

c) $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{(x^2-2x+1)(x^2-3x)(3x^2+1)}{5-5x^6-2x^2}$

d) $\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+x\log(x+1)}-\sqrt{x^2+x\log(2x+3)}\right)$

e) $\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{4x^2-e^{x+2}+e^{2x}}-\sqrt{e^{x+1}+e^{2x}-x}\right)$

f) $\lim_{x\to 1} \dfrac{(1-e^{x-1})^2+(2x+1)\operatorname{sen}^2(x-1)}{(x-3)(x+3)(x^2-2x+1)}$

g) $\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{7x^5+3x^3+2x^2}-3\sqrt{x^5+2x^3+x^2}\right)$

h) $\lim_{x\to 2} \dfrac{2\cos(2-x)-3e^{x-2}}{(e^{x-2}-1)(e^{x-2}+1)}$

i) $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{(n+1)!-n!}{(n-1)!\cdot 2n(2n-2)}$

j) $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{\log(x+e^{2x})}{\log(x^3+1)-2x}$

k) $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+xe^x-e^{3x}}{7-x2^x+e^{2x}}$

l) $\lim_{x\to 0} \dfrac{2x^2+\cos x-1}{x\log(1-x)}$

m) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+\log(1-x)}-\sqrt{e^x+3}}{(x^3-2x^2)(e^x-1)^2}$

n) $\lim_{x\to-\infty} \dfrac{2x^4-2x^5-6x^2}{2x^2-6x^4-x+3}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\dfrac{8(1-x)}{2-x}+\dfrac{1}{(1-2x)(2-x)}\geq 0$, (b) $\min\{1-x,2x-1\}-|3-x|\geq 1-x$,

(c) $\sqrt{x^2+12x+9}\geq 2x+3$.

3. Dimostrare per induzione che $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{4-3k}{4^k}=\frac{n}{4^n}$.

4. Poniamo $X=\{(2n+1)/(n^2+1)\ :\ n\in\mathbb{Z}, n\geq 0\}$. Dimostrare che $\sup X=3/2$ e $\inf X=0$. Sono anche massimo e minimo?

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.

Università degli Studi di Udine | Anno Accademico 2008/2009

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema D

Compitino del 18 febbraio 2009

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Le risposte vanno giustificate.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+\log(1-2x)}-\sqrt{3e^x+1}}{(x^3-3x^2)(1-e^{-x})^2}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{3x^5+3x^3+2x^2}-2\sqrt{x^5+3x^3+x^2}\right)$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{(e^{x-1}-1)^2-(1-3x)\operatorname{sen}^2(x-1)}{(x-2)(x+2)(x^2-2x+1)}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x\log(3x+2)}-\sqrt{x^2+x\log(x+1)}\right)$

e) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{\cos 3x-4\operatorname{sen}x}{\left(1+\frac{1}{2x}\right)^{x^2}}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{7x+e^{2x+2}+e^{4x}}-\sqrt{e^{4x}-x^2-e^{2x}}\right)$

g) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{4x^3+x^2}\log(x+1)}{(1-e^{2x})\operatorname{sen}(2x)}$

h) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\frac{(n+1)!+n!}{(n-1)!\cdot n(3n-2)}$

i) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{3x^2-\cos x+1}{x\operatorname{sen}x}$

j) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{(2x^3-x)(3x^3-x^2+3)}{7x^6-4x^5+3}$

k) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{2x}-x^2e^x-e^{3x}}{x^2e^x-2^x+1}$

l) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{2e^{x-2}-3\cos(2-x)}{(e^{x-2}-1)(e^{x-2}+1)}$

m) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{\log(x+e^x)}{\log(x^3+x)-4x}$

n) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+2x-2x^6-3x^4}{6x^4+2x^2-8}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\displaystyle\frac{8(x+1)}{x+2}+\frac{1}{(x+2)(2x+1)}\geq 0$, (b) $\min\{7-2x,x-3\}-|x-1|\geq x-3$,

(c) $\sqrt{x^2+8x-11}\geq 2x-1$.

3. Dimostrare per induzione che $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{5-4k}{5^k}=\frac{n}{5^n}$.

4. Poniamo $X=\{(2n+1)/(n^2+1)\ :\ n\in\mathbb{Z}, n\geq 0\}$. Dimostrare che $\sup X=3/2$ e $\inf X=0$. Sono anche massimo e minimo?

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.