

# Analisi Matematica

Prova Scritta del 1 settembre 2008

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--	--

Documento d'identità (se chiesto):

--

Si prega di consegnare anche il presente testo. Va riportato lo svolgimento degli esercizi. Si possono consultare libri e appunti.

1. Calcolare i seguenti limiti

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-2)(x+1)^{7/2} - 6x(\sin x - \cos 2x) + 2}{(e^{2x} - e^x)(x - \arcsin 2x)}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x/\sin x} - 4}{(1 - e^x)(1 - x - \sqrt{1 - 2x})},$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x - x^2) \sin 2x - 2x(e^x - e^{-x} - \log(1 + x))}{(2x - \sin x)(x + 2 - 2\sqrt{x + 1})}, \quad (d) \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{(2n)! + n!} - \sqrt{(2n)!}).$$

2. Data la funzione  $f(x) := \log \left| \frac{x+1}{x^2 - 4x + 4} \right|$  si studino **(a)** il dominio di definizione; **(b)** i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti; **(c)** gli zeri e il segno; **(d)** la derivata prima, gli intervalli di crescita e decrescita, i punti di massimo/minimo locale e/o globale; **(e)** la derivata seconda, gli intervalli di convessità/concavità ed eventuali flessi. **(f)** Si tracci l'andamento qualitativo del grafico di  $f$ .

3. Trovare una primitiva (integrale indefinito) delle seguenti funzioni

$$(a) \frac{x^3 - x + 1}{2x^2 + x - 3}, \quad (b) 3x(x^2 + 1)^{2/3} + \frac{(1 + \arctan x)^3}{1 + x^2}, \quad (c) x^2 \log x.$$

4. Trovare una primitiva della funzione  $\frac{x+2}{x\sqrt{x+1}}$ , per esempio con la sostituzione  $y = \sqrt{x+1}$ .

5. Studiare la convergenza delle serie

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} (e^{2/n} - 2e^{1/n} + 1), \quad (b) \sum_{n=1}^{+\infty} \left( \left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n+1} - \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \right), \quad (c) \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(n+1)3^n}{n!}.$$

6. Determinare i punti critici della funzione  $f(x, y) = y^4 - 3y^3 + 14y^2 + 7xy - 28y + x^2 - 8x + 16$ . Indagare se sono max/min relativi o punti di sella.

Punti: 3+3+4+3, 1+2+2+2+2+2, 4+3+4, 6, 3+3+3, 6.