Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2007/2008

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema A

Compitino dell'11 aprile 2008

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Sono vietati libri, appunti e calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^x\sqrt{4-\log(1-x)}-2\sqrt{1+\operatorname{sen} x}}{4e^{x\log 3-2\log(2-x)}-\cos(x-2x^2)}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{2x-\log(5+e^x+e^{3x})}{\log(3+e^{2x})-x}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{4-(x+1)^{2/x}}{x-\tan x}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{8-5\log(x^2+2x+1)+2e^{-x}(2x\cos x+\operatorname{sen} x)-8\sqrt{1-x}}{(1-e^{-x})(x^2-2x+\cos x\operatorname{sen} 2x)}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{4(x+1)^4\log(x+1)+10x-7e^x\operatorname{sen} 2x}{(e^{x^2}-\cos x)\tan 2x}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{12e^{\operatorname{sen} x}-(x-2)^3-20\cos^3 x}{\cos(x-3x^2)(e^{2x}-e^{-2x})\operatorname{sen} x}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(\sqrt{1-x}-x)^3-e^{-2x}\cos 2x}{2\log(1-x^3+x)-\operatorname{arcsen} 2x}$

2. Data la funzione $f(x)=\dfrac{x^2-6x+5}{2x-1}$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** il segno della f; **d)** f' e gli intervalli di crescenza/decrescenza e gli eventuali punti di massimo/minimo locale e/o globale di f; **e)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità di f. **f)** tracciare un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x)=\arctan\dfrac{x+1}{1-x}+\log\left|\dfrac{x-2}{x+2}\right|$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi e nei punti di non esistenza; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** g', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di g; **d)** mostrare che g si annulla in esattamente un punto; **e)** g'' e la convessità/concavità. **f)** tracciare un grafico di g.

4. Sia $f\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte con derivata seconda continua, e supponiamo che f sia limitata. Dimostrare che esiste un $c\in\mathbb{R}$ tale che $f''(c)=0$.
(Se c non esistesse, f'' potrebbe cambiare segno? Ma allora sarebbe convessa o concava...)

Punti: 2+3+4+4+2+2+2, 8, 9, 7.

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema B

Compitino dell'11 aprile 2008

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Sono vietati libri, appunti e calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{3x - 2\log(3+e^x+e^{3x})}{\log(3+e^{2x}) - 3x}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(2x+1)^{1/x} - 9}{x - \tan x}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{-3x}\cos x - (x+\sqrt{1-x})^3}{\log(1-2x^3+x) - \operatorname{arcsen} x}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3\log(x^2-2x+1) + 2e^x(2x\cos x - \operatorname{sen} x) - 8\sqrt{1-x} + 8}{(e^{-x}-1)(4x^2+2x-\cos x \operatorname{sen} 2x)}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{4(x+1)^4\log(x+1) + 3x - 7e^{2x}\operatorname{sen} x}{(e^{x^2} - \cos 2x)\tan x}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{2e^x\sqrt{1-\log(1-x)} - \sqrt{4-\operatorname{sen} x}}{e^{x\log 2 - 3\log(2x+1)} - \cos(3x-x^2)}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{6e^{\operatorname{sen} x} - (2x-1)^3 - 7\cos^3 x}{\cos(2x-x^2)(e^{3x}-e^{-x})\operatorname{sen} x}$

2. Data la funzione $f(x) = \dfrac{x^2+6x+5}{2x+1}$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** il segno della f; **d)** f' e gli intervalli di crescenza/decrescenza e gli eventuali punti di massimo/minimo locale e/o globale di f; **e)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità di f. **f)** tracciare un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x) = \arctan\dfrac{1-x}{x+1} + \log\left|\dfrac{x+2}{2-x}\right|$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi e nei punti di non esistenza; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** g', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di g; **d)** mostrare che g si annulla in esattamente un punto; **e)** g'' e la convessità/concavità. **f)** tracciare un grafico di g.

4. Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte con derivata seconda continua, e supponiamo che f sia limitata. Dimostrare che esiste un $c \in \mathbb{R}$ tale che $f''(c) = 0$.
(Se c non esistesse, f'' potrebbe cambiare segno? Ma allora sarebbe convessa o concava...)

Punti: 3+2+4+4+2+2+2, 8, 9, 7.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2007/2008

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema C

Compitino dell'11 aprile 2008

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Sono vietati libri, appunti e calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{2x - 2\log(1 + e^x + 2e^{3x})}{\log(2 + e^{2x}) - 4x}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{4 - (2x + 1)^{1/x}}{x - \tan x}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(\sqrt{x + 1} - x)^3 - e^x \cos 3x}{2 \operatorname{arcsen} x + \log(1 - x^3 - 2x)}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{5\log(4x^2 + 4x + 1) - 12e^x(x\cos x - \operatorname{sen}(2x)) - 64\sqrt{x + 1} + 64}{(e^x - 1)(3x^2 + 2x - 2\cos 2x \operatorname{sen} x)}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3(x + 1)^4 \log(x + 1) + 11x - 7e^{2x}\cos x + 7}{(e^{2x^2} - \cos x)\tan x}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^x\sqrt{4 + \log(1 - x)} - 2\sqrt{1 - \operatorname{sen} x}}{8e^{x\log 2 - 3\log(2 - x)} - \cos(2x - x^2)}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{2(3x + 1)^3 - 9e^{2\operatorname{sen} x} + 7\cos^3 x}{\cos(x^2 + 3x)(e^{3x} - e^{2x})\operatorname{sen} x}$

2. Data la funzione $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 3}{2x + 7}$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** il segno della f; **d)** f' e gli intervalli di crescenza/decrescenza e gli eventuali punti di massimo/minimo locale e/o globale di f; **e)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità di f. **f)** tracciare un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x) = \arctan\dfrac{x + 1}{x - 1} + \log\left|\dfrac{x + 2}{2 - x}\right|$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi e nei punti di non esistenza; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** g', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di g; **d)** mostrare che g si annulla in esattamente un punto; **e)** g'' e la convessità/concavità. **f)** tracciare un grafico di g.

4. Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte con derivata seconda continua, e supponiamo che f sia limitata. Dimostrare che esiste un $c \in \mathbb{R}$ tale che $f''(c) = 0$.
(Se c non esistesse, f'' potrebbe cambiare segno? Ma allora sarebbe convessa o concava...)

Punti: 2+2+2+4+4+2+3, 8, 9, 7.

Università degli Studi di Udine | Anno Accademico 2007/2008

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema D

Compitino dell'11 aprile 2008

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Sono vietati libri, appunti e calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{10x-3(x+1)^4\log(x+1)+7-7e^x\cos 2x}{(e^{-x^2}-\cos x)\tan 2x}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{(\sqrt{1-x}-x)^3-e^{3x}\cos x}{\log(1+4x-x^3)-4\operatorname{arcsen} x}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{e^x\sqrt{4-\log(1-x)}-2\sqrt{1-\operatorname{sen} x}}{8e^{x\log 2-3\log(x+2)}-\cos(2x-3x^2)}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{3\log(x^2+2x+1)-e^{-x}(x\cos x+\operatorname{sen}(x))-8\sqrt{x+1}+8}{(1-e^x)(2x^2-x+\cos 2x\operatorname{sen} x)}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{(x+1)^{2/x}-9}{x-\tan x}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{3x-\log(1+e^x+e^{4x})}{\log(2+e^{3x})-4x}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{9e^{\operatorname{sen} 2x}-2(3x-1)^3-11\cos^3 x}{(e^{2x}-e^{-x})\cos(2x-3x^2)\operatorname{sen} x}$

2. Data la funzione $f(x)=\dfrac{x^2-10x+21}{2x-5}$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** il segno della f; **d)** f' e gli intervalli di crescenza/decrescenza e gli eventuali punti di massimo/minimo locale e/o globale di f; **e)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità di f. **f)** tracciare un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x)=\arctan\dfrac{x-1}{x+1}+\log\left|\dfrac{2-x}{x+2}\right|$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi e nei punti di non esistenza; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** g', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di g; **d)** mostrare che g si annulla in esattamente un punto; **e)** g'' e la convessità/concavità. **f)** tracciare un grafico di g.

4. Sia $f\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte con derivata seconda continua, e supponiamo che f sia limitata. Dimostrare che esiste un $c\in\mathbb{R}$ tale che $f''(c)=0$.
(Se c non esistesse, f'' potrebbe cambiare segno? Ma allora sarebbe convessa o concava...)

Punti: 4+2+2+4+2+2+3, 8, 9, 7.