





Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali  
Corso di Laurea in Informatica

## Analisi Matematica, tema B

Compitino del 20 dicembre 2007

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--	--

Documento d'identità (se chiesto):

--

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Le risposte vanno giustificate.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \log_2(x^2 + 3) - x - 2 \log_2(4x + 1) + \sqrt{x^2 + 2} \right) \quad g) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x^2 - 1)(3x^3 - x^2 + 3x)}{2 - 2x^5 + 7x^3}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\log_2(2x + 1) + 1} - \sqrt{5 - 2x}}{(2x^3 - x^2) \sin^2 x}$$

$$h) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \sin(3x) - \cos x}{\sqrt{x + 2} + \sqrt{2x + 3}}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 2\sqrt{2x^3 - 3x^2 + 1} - 3\sqrt{x^3 + 2x} \right)$$

$$i) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log_3(3 - 2^x + 3^x)}{x - 2 \log_3(2x^2 + 1)}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - 4x) \sin(1 - x) + 2 \sin(1 - x)}{(1 - x^2)^2 (\cos(x - 1) - x^2)}$$

$$j) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 3} - \sqrt{x + 2}}{9 - x^2}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{4x^2 - 3x + 2} + 9x - \sqrt{9x - x + 3x + 1} \right)$$

$$k) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x - 3x^2 - 4^x x}{3^x x - 2^x + 4}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2 - 2 \cos x) \sqrt{x^3 + 4x^2}}{x^2(x + 2) \sin x}$$

$$l) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 5x^5 + 4x^3}{4x^4 + 2x^2 + 3}$$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

$$(a) \frac{4x}{x - 1} + \frac{9}{(x - 1)(x + 3)} \geq 0, \quad (b) |3x - 2| + \min\{x - 2, 1 - x\} \geq x + 1$$

$$(c) \sqrt{2x^2 + x + 1} \geq 3 - x.$$

3. Dimostrare per induzione che  $\sum_{k=1}^n \frac{3 - k^2}{3^k} = \frac{n(n + 3)}{3^n \cdot 2}$ .

4. Poniamo  $X = \{(2n^2 - 3)/(n^2 + 1) : n \in \mathbb{Z}\}$ . Dimostrare che  $\sup X = 2$  e  $\inf X = -3$ . Sono anche massimo e minimo?

*Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.*





Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali  
Corso di Laurea in Informatica

## Analisi Matematica, tema D

Compitino del 20 dicembre 2007

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--

Documento d'identità (se chiesto):

--

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Le risposte vanno giustificate.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 2\sqrt{x^3 - 2x^2 + 1} - 3\sqrt{x^3 + 3x} \right)$

g)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+4} - \sqrt{2x-1}}{9-x^2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+1)\sin(1-x) - 2x\sin(1-x)}{2(x^2-1)^2(\cos(x-1) - x^2)}$

h)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x x - x^3 - 4^x}{3^x x^2 - 2^x + 4}$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \log_2(x^2+1) + 2\log_2(8x+3) - \sqrt{x^2+2} \right)$

i)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos(3x) - 2\sin x}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+3}}$

d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{2x^3 - 3x^{-1} + 9x} - \sqrt{3x^{+2} - x + 9x} \right)$

j)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log_3(2 - 2^x + 3^x)}{3x - \log_3(2x^2 + 1)}$

e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x^2 - 2x + 1)(3x^3 + x^2 - 3x)}{4 - 5x^5 - 3x^3}$

k)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 4x^5 - 2x^4}{7x^4 - 2x^2 + 5}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2\log_2(1-x) + 1} - \sqrt{3+2^x}}{(x^3 - 3x^2)\sin^2 x}$

l)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos(2x) - 1)\sqrt{2x^3 + x^2}}{x^2(x-1)\sin x}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a)  $\frac{x}{x+1} + \frac{1}{(x+1)(x-2)} \geq 0$ , (b)  $\max\{x-2, 2-x\} - |3x-1| \leq x+1$

(c)  $\sqrt{2x^2 - 5x + 4} \geq x + 2$ .

3. Dimostrare per induzione che  $\sum_{k=1}^n \frac{2k - k^2}{3^k} = \frac{n(n+1)}{3^n \cdot 2}$ .

4. Poniamo  $X = \{(2n^2 - 3)/(n^2 + 1) : n \in \mathbb{Z}\}$ . Dimostrare che  $\sup X = 2$  e  $\inf X = -3$ . Sono anche massimo e minimo?

*Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.*