Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2006/2007

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema A

Compitino del 27 giugno 2007

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Si calcolino i polinomi di Taylor delle seguenti funzioni centrati in $x_0 = 0$:

$$\text{(a)} \quad \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2-x}\right) \quad \text{di ordine 3,} \qquad \text{(b)} \quad xe^{-x}\cos 2x \quad \text{di ordine 3,}$$

$$\text{(c)} \quad \frac{e^{-x}}{1-x^5} \quad \text{di ordine 7.}$$

2. Si calcolino gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni

$$\text{(a)} \quad \frac{1+\tan^2 x}{\sqrt{1-\tan^2 x}} - \frac{2x-3}{x^2-4x+5} \qquad \text{(b)} \quad \frac{e^{2x}-(e^x+2)^2}{e^{-x}}\,.$$

3. Calcolare, col metodo per parti ripetuto, una primitiva della funzione $xe^x(\cos x + \operatorname{sen} x)$.

4. Si calcoli il seguente integrale indefinito mediante la sostituzione $x = 1/(1-y)$:

$$\int \frac{x-1}{x^2\sqrt{2x-1}}\,dx\,,$$

5. Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

$$\text{(a)} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\left(1-\frac{2}{3n+1}\right)^{n(n+1)}, \qquad \text{(b)} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+3^n}{3n^4+n2^n}\,,$$

$$\text{(c)} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3^n}{(n+1)!}-\frac{2}{e^n}\right), \qquad \text{(d)} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{2+n^2}-\frac{n+1}{2+(n+1)^2}\right).$$

6. Data la serie a segni alterni

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{2n+2}{2n^2+n+1}\,,$$

a. studiare la convergenza semplice utilizzando il criterio di Leibniz;

b. provare che la serie dei valori assoluti diverge.

7. Determinare e rappresentare sul piano cartesiano il dominio della funzione di due variabili $f(x,y) = x + y - \sqrt{2(x-1)y}$. Descrivere geometricamente e rappresentare le linee di livello.

8. Determinare i punti critici della funzione $f(x,y) = 2x^4 + 2x^3 + 4yx^2 + 3x^2 + 2yx - x + 2y^2 - 2y - 4$. Indagare se sono max/min relativi o punti di sella.

Punti: 3+3+3, 2+2, 4, 4, 3+3+3+3, 3+3, 4, 6.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2006/2007

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema B

Compitino del 27 giugno 2007

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Si calcolino i polinomi di Taylor delle seguenti funzioni centrati in $x_0 = 0$:

$$\text{(a)} \quad \cos\Big(\frac{x}{2-x}\Big) \quad \text{di ordine 3,} \qquad \text{(b)} \quad xe^{-x}\operatorname{sen} 2x \quad \text{di ordine 3,}$$

$$\text{(c)} \quad \frac{e^x}{1+x^5} \quad \text{di ordine 7.}$$

2. Si calcolino gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni

$$\text{(a)} \quad \frac{1+\tan^2 x}{\sqrt{1-\tan^2 x}} - \frac{2x+5}{x^2+4x+5} \qquad \text{(b)} \quad \frac{(e^x-2)^2+e^{2x}}{e^{-x}}\,.$$

3. Calcolare, col metodo per parti ripetuto, una primitiva della funzione $xe^x(\cos x - \operatorname{sen} x)$.

4. Si calcoli il seguente integrale indefinito mediante la sostituzione $x = 1/(1-y)$:

$$\int \frac{1-x}{x^2\sqrt{2x-1}}\,dx\,,$$

5. Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

$$\text{(a)} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\Big(1-\frac{1}{4n+2}\Big)^{n(n-1)}, \qquad \text{(b)} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n^2+3^n}{2n^4+n2^n}\,,$$

$$\text{(c)} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\Big(\frac{2^n}{(n-1)!}-\frac{1}{2e^n}\Big), \qquad \text{(d)} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\Big(\frac{n}{3+n^2}-\frac{n+1}{3+(n+1)^2}\Big).$$

6. Data la serie a segni alterni

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{2n+4}{n^2+2n+4}\,,$$

a. studiare la convergenza semplice utilizzando il criterio di Leibniz;

b. provare che la serie dei valori assoluti diverge.

7. Determinare e rappresentare sul piano cartesiano il dominio della funzione di due variabili $f(x,y) = x + y + \sqrt{2(x-1)y}$. Descrivere geometricamente e rappresentare le linee di livello.

8. Determinare i punti critici della funzione $f(x,y) = 2y^4 + 2y^3 + 4xy^2 + 3y^2 + 2xy - y + 2x^2 - 2x - 4$. Indagare se sono max/min relativi o punti di sella.

Punti: 3+3+3, 2+2, 4, 4, 3+3+3+3, 3+3, 4, 6.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2006/2007

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema C

Compitino del 27 giugno 2007

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Si calcolino i polinomi di Taylor delle seguenti funzioni centrati in $x_0 = 0$:

$$\text{(a)}\quad \operatorname{sen}\Big(\frac{x}{3+x}\Big) \quad \text{di ordine 3,} \qquad \text{(b)}\quad xe^{-2x}\cos x \quad \text{di ordine 3,}$$

$$\text{(c)}\quad \frac{\cos x}{1-x^4} \quad \text{di ordine 7.}$$

2. Si calcolino gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni

$$\text{(a)}\quad \frac{2x+3}{x^2+2x+5} + \frac{1+\tan^2 x}{\sqrt{1-\tan^2 x}} \qquad \text{(b)}\quad \frac{e^{-2x}-(2e^x+1)^2}{e^x}\,.$$

3. Calcolare, col metodo per parti ripetuto, una primitiva della funzione $xe^x(\operatorname{sen} x - \cos x)$.

4. Si calcoli il seguente integrale indefinito mediante la sostituzione $x = 2/(1-y)$:

$$\int \frac{2-x}{x^2\sqrt{x-1}}\,dx\,,$$

5. Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

$$\text{(a)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\Big(1-\frac{3}{2n+2}\Big)^{n(n-1)}, \qquad \text{(b)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+3^n}{4n^3+n2^n}\,,$$

$$\text{(c)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\Big(\frac{3^n}{(n+1)!}-\frac{2}{e^{n-1}}\Big), \qquad \text{(d)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\Big(\frac{2n}{1+n^2}-\frac{2(n+1)}{1+(n+1)^2}\Big).$$

6. Data la serie a segni alterni

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{4n+2}{n^2+2n+3}\,,$$

a. studiare la convergenza semplice utilizzando il criterio di Leibniz;

b. provare che la serie dei valori assoluti diverge.

7. Determinare e rappresentare sul piano cartesiano il dominio della funzione di due variabili $f(x,y) = x + y - \sqrt{2(x+1)y}$. Descrivere geometricamente e rappresentare le linee di livello.

8. Determinare i punti critici della funzione $f(x,y) = 2x^4 - 2x^3 + 4yx^2 + 3x^2 - 2yx + x + 2y^2 - 2y - 4$. Indagare se sono max/min relativi o punti di sella.

Punti: 3+3+3, 2+2, 4, 4, 3+3+3+3, 3+3, 4, 6.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2006/2007

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema D

Compitino del 27 giugno 2007

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Si calcolino i polinomi di Taylor delle seguenti funzioni centrati in $x_0 = 0$:

$$\text{(a)}\quad \cos\Big(\frac{x}{3+x}\Big) \quad \text{di ordine 3,} \qquad \text{(b)}\quad xe^{-2x}\operatorname{sen} x \quad \text{di ordine 3,}$$

$$\text{(c)}\quad \frac{\operatorname{sen} x}{1-x^4} \quad \text{di ordine 7.}$$

2. Si calcolino gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni

$$\text{(a)}\quad \frac{2x-1}{x^2-2x+5} - \frac{1+\tan^2 x}{\sqrt{1-\tan^2 x}} \qquad \text{(b)}\quad \frac{(-2e^x-2)^2+e^{2x}}{e^x}\,.$$

3. Calcolare, col metodo per parti ripetuto, una primitiva della funzione $xe^x(\operatorname{sen} x + \cos x)$.

4. Si calcoli il seguente integrale indefinito mediante la sostituzione $x = 2/(1-y)$:

$$\int \frac{x-2}{x^2\sqrt{x-1}}\,dx\,,$$

5. Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

$$\text{(a)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\Big(1-\frac{1}{3n+4}\Big)^{n(n-1)}, \qquad \text{(b)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+3^n}{5n^3+n2^n}\,,$$

$$\text{(c)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\Big(\frac{2^n}{(n+1)!}-\frac{1}{3e^{n+2}}\Big), \qquad \text{(d)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\Big(\frac{n}{1+2n^2}-\frac{n+1}{1+2(n+1)^2}\Big).$$

6. Data la serie a segni alterni

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{3n+2}{n^2+3n+2}\,,$$

a. studiare la convergenza semplice utilizzando il criterio di Leibniz;

b. provare che la serie dei valori assoluti diverge.

7. Determinare e rappresentare sul piano cartesiano il dominio della funzione di due variabili $f(x,y) = x + y + \sqrt{2(x+1)y}$. Descrivere geometricamente e rappresentare le linee di livello.

8. Determinare i punti critici della funzione $f(x,y) = 2x^4 + 2x^3 - 4yx^2 + 3x^2 - 2yx - x + 2y^2 + 2y - 4$. Indagare se sono max/min relativi o punti di sella.

Punti: 3+3+3, 2+2, 4, 4, 3+3+3+3, 3+3, 4, 6.