Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema A

Compitino del 13 aprile 2007

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Sono vietati libri, appunti e calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\lim_{x\to 0} \dfrac{e^{-2x}\cos(x^2+2x)-\sqrt{3x-x^2+1}}{2+3\ln(x+e^{x-1})+e^x-\tan 2x}$

b) $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-x-e^{-x}(2x+1)+\operatorname{sen}(2x)\cos x}{(1-\ln(e-x))\operatorname{sen}(x^2+x)}$

c) $\lim_{x\to 0} \dfrac{x(1-x)^{5/2}+9x-5\cos x-5\operatorname{sen} 2x+5}{(\cos(x)-1)\ln(1+2x)}$

d) $\lim_{x\to 0} \dfrac{x(2x^2+2x-1)+3x\cos x-(2x+1)\ln(2x+1)}{(x^2+2x+1-2x\cos x-\cos 2x)\operatorname{sen} x}$

e) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}(x/(x+1))-\arctan(2x-x^2)}{2-2(1+x)^{3/2}+3x}$

f) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{4+x^2-x}-\sqrt{5+2x^2+x}}{\operatorname{sen}(x)-x}$

g) $\lim_{x\to +\infty} \dfrac{x+\ln(3+\sqrt{e^x+e^{3x}})}{\ln(1+2e^{2x})-\ln(3+e^x)}$

2. Data la funzione $f(x)=\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2x}+\dfrac{4}{x-3}$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** il segno della f; **d)** f' e gli intervalli di crescenza/decrescenza e gli eventuali punti di massimo/minimo locale e/o globale di f; **e)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità di f (dove $f=0$ quanto vale f''?). **f)** tracciare un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x)=1+x+\arctan\dfrac{1-x}{x+1}$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi e nei punti di non esistenza; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** g', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di g; **d)** mostrare che g non si annulla mai; **e)** g'' e la convessità/concavità. **f)** tracciare un grafico di g.

4. Siano f, g due funzioni derivabili due volte su un intervallo, e supponiamo che $f(x)=g(x)$ per almeno tre valori distinti di x. Dimostrare che esiste un c tale che $f''(c)=g''(c)$.
($f-g$ si annulla in tre punti; applicare Rolle più volte).

Punti: 2+3+4+4+2+2+2, 8, 9, 7.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2006/2007

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema B

Compitino del 13 aprile 2007

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Sono vietati libri, appunti e calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{2(1-x)-e^{-2x}(x+2)-\cos(2x)\operatorname{sen} x}{(1-\ln(x+e))\operatorname{sen}(x^2+x)}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2+x^2-x}-\sqrt{3+x^2+2x}}{\operatorname{sen}(x)-x}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{6x-x(1+x)^{5/2}-5\cos x-5\operatorname{sen} x+5}{(1-\cos 2x)\ln(1-x)}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x(x^2-2x+3)+x\cos x-4(x-1)\ln(1-x)}{(x^2+2x+1-2x\cos x-\cos 2x)\operatorname{sen} x}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\arctan(x^2+x)+\operatorname{sen}(x/(x+1))}{2-2(1+x)^{3/2}+3x}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln(5+\sqrt{e^x+e^{2x}})-2x}{\ln(3+e^{2x})-\ln(2+e^x)}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{2e^{-x}\cos(3x^2+x)-\sqrt{x^2-2x+4}}{2-3\ln(2x+e^{x+1})+e^x+\tan x}$

2. Data la funzione $f(x)=\frac{3}{2}-\frac{4}{3+x}-\frac{1}{2x}$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** il segno della f; **d)** f' e gli intervalli di crescenza/decrescenza e gli eventuali punti di massimo/minimo locale e/o globale di f; **e)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità di f (dove $f=0$ quanto vale f''?). **f)** tracciare un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x)=1-x+\arctan\frac{1+x}{1-x}$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi e nei punti di non esistenza; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** g', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di g; **d)** mostrare che g non si annulla mai; **e)** g'' e la convessità/concavità. **f)** tracciare un grafico di g.

4. Siano f, g due funzioni derivabili due volte su un intervallo, e supponiamo che $f(x)=g(x)$ per almeno tre valori distinti di x. Dimostrare che esiste un c tale che $f''(c)=g''(c)$.
($f-g$ si annulla in tre punti; applicare Rolle più volte).

Punti: 3+2+4+4+2+2+2, 8, 9, 7.

Università degli Studi di Udine | Anno Accademico 2006/2007

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema C

Compitino del 13 aprile 2007

Cognome e Nome:

Matricola: | Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Sono vietati libri, appunti e calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1-e^{2x}(x+1)-x+4\cos(2x)\,\mathrm{sen}\,x}{(1-\ln(x+e))\,\mathrm{sen}(x-x^2)}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{-2x}\cos(2x^2+x)-\sqrt{2x^2-2x+1}}{2-3\ln(e^{x+1}-x)+e^{-x}+\tan 2x}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x(1+x)^{5/2}+9x+5\cos x-5\,\mathrm{sen}\,2x-5}{(1-\cos x)\ln(1-2x)}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x(2x^2+2x-3)+x\cos x+(2x-1)\ln(1-2x)}{(x^2+2x+1-2x\cos 2x-\cos x)\,\mathrm{sen}\,x}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\arctan(x^2+x)+\mathrm{sen}(x/(2x+1))}{2-2(1+x)^{3/2}+3x}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2+x^2-2x}-\sqrt{3+x^2+x}}{\mathrm{sen}(x)-x}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{3x+\ln(1+\sqrt{2e^x+e^{2x}})}{\ln(4+e^{2x})-\ln(1+e^x)}$

2. Data la funzione $f(x)=\dfrac{4}{x+3}-\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2x}$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** il segno della f; **d)** f' e gli intervalli di crescenza/decrescenza e gli eventuali punti di massimo/minimo locale e/o globale di f; **e)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità di f (dove $f=0$ quanto vale f''?). **f)** tracciare un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x)=-1-x+\arctan\dfrac{x-1}{x+1}$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi e nei punti di non esistenza; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** g', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di g; **d)** mostrare che g non si annulla mai; **e)** g'' e la convessità/concavità. **f)** tracciare un grafico di g.

4. Siano f, g due funzioni derivabili due volte su un intervallo, e supponiamo che $f(x)=g(x)$ per almeno tre valori distinti di x. Dimostrare che esiste un c tale che $f''(c)=g''(c)$.
($f-g$ si annulla in tre punti; applicare Rolle più volte).

Punti: 3+2+4+4+2+2+2, 8, 9, 7.

Università degli Studi di Udine Anno Accademico 2006/2007

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema D

Compitino del 13 aprile 2007

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Sono vietati libri, appunti e calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti, usando il teorema de L'Hôpital dove si ritenga lecito e opportuno

a) $\lim_{x\to 0} \dfrac{2-2e^{2x}(x+1)-4x+5\,\mathrm{sen}(2x)\cos x}{(1-\ln(e-x))\,\mathrm{sen}(2x+x^2)}$

b) $\lim_{x\to 0} \dfrac{4x(1-x)^{5/2}+x-5\cos 2x-5\,\mathrm{sen}\,x+5}{(\cos(2x)-1)\ln(1+x)}$

c) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+4x^2-x}-\sqrt{2+3x^2-x}}{\mathrm{sen}(x)-x}$

d) $\lim_{x\to 0} \dfrac{x(x^2+x+1)+x\cos 2x-2(x+1)\ln(1+x)}{(x^2-4x+4+4x\cos x-4\cos 2x)\,\mathrm{sen}\,x}$

e) $\lim_{x\to 0} \dfrac{e^{-x}\cos(2x-x^2)-\sqrt{x^2-3x+1}}{2-3\ln(x+e^{x+1})+e^x+\tan 2x}$

f) $\lim_{x\to +\infty} \dfrac{2x+\ln(3+\sqrt{e^x+e^{2x}})}{\ln(2+e^{2x})-\ln(3+e^x)}$

g) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\arctan(x^2+x)+\mathrm{sen}(x/(1-x))}{2-2(1+x)^{3/2}+3x}$

2. Data la funzione $f(x)=\dfrac{4}{3-x}-\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2x}$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** il segno della f; **d)** f' e gli intervalli di crescenza/decrescenza e gli eventuali punti di massimo/minimo locale e/o globale di f; **e)** f'' e gli intervalli di convessità/concavità di f (dove $f=0$ quanto vale f''?). **f)** tracciare un grafico qualitativo di f.

3. Data la funzione $g(x)=x-1-\arctan\dfrac{1+x}{1-x}$, trovare **a)** il dominio ed i limiti agli estremi e nei punti di non esistenza; **b)** gli eventuali asintoti; **c)** g', la crescenza/decrescenza e i punti di massimo/minimo di g; **d)** mostrare che g non si annulla mai; **e)** g'' e la convessità/concavità. **f)** tracciare un grafico di g.

4. Siano f,g due funzioni derivabili due volte su un intervallo, e supponiamo che $f(x)=g(x)$ per almeno tre valori distinti di x. Dimostrare che esiste un c tale che $f''(c)=g''(c)$.
($f-g$ si annulla in tre punti; applicare Rolle più volte).

Punti: 3+4+2+4+2+2+2, 8, 9, 7.