



Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
 Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema A

Compitino del 10 gennaio 2007

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--	--

Documento d'identità (se chiesto):

--

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Le risposte vanno giustificate.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{\frac{1+x^3}{x+3}} - 2 \log_2(x+3) + \log_2(3x-1) \right)$ g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x - 2^x - 2x^3}{x^5 - 2^x - 7}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cos 2x - 2x \sin x}{(x-2)(x+3)}$ h) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \sqrt{x+2}}{2x - x^2}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{3x^2 - 3^x + 9^x} - \sqrt{2x + 3^{x+1} + 9^x} \right)$ i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 3 + 4x^4}{3 + 9x^4 - 2x^3}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{(\sin 2x) \sqrt{x^2 - 3x^4}}$ j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \sin 2x} - \sqrt{5 - \cos x}}{x^4 \sin x - 3x^2}$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(2x^2 - x^3 - x) \log_2(2x+2)}{\cos(x-x^2) - 1}$ k) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x - 2x^5 + 5}{1 - 2x^2 + 4x^3}$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x - 1} - 3\sqrt{x(x^2 - 3)} \right)$ l) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 3 \log_3(9^x - 4)}{2 + \log_3(3^{x-1} + 1)}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\frac{1}{(x-3)(x+1)} + \frac{1}{3(x+1)} \geq \frac{1}{4x}$, (b) $\max\{4x+20, 10x+20\} \geq |10x+25| + 10$

(c) $\sqrt{3x^2 - x - \frac{1}{4}} \leq 2x - 1.$

3. Consideriamo la successione definita da $a_0 = 4$, $a_1 = 8$, $a_{n+2} = 2a_{n+1} + 3a_n$. Mediante il principio d'induzione, dimostrare che $a_n = (-1)^n + 3^{n+1}$.

4. Poniamo $X = \{1/(n^2 - 2) : n \in \mathbb{Z}\}$. Dimostrare che $\max X = 1/2$ e $\min X = -1$.

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.



Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema B

Compitino del 10 gennaio 2007

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--

Documento d'identità (se chiesto):

--

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Le risposte vanno giustificate.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2\sqrt{x^2 + 2x - 3} - \sqrt{x(2x^2 + 1)})$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin 3x} - \sqrt{5 - \cos x}}{x^4 \sin x - 2x^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{3x^3 - 2x^{+1} + 4x} - \sqrt{8x^2 + 2x + 4x})$

h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x^5 + 4}{1 - x + 2x^4}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{(\sin x)\sqrt{x^2 - 2x^4}}$

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x - 3x + x^2}{2x^3 - 2x + 1}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{\frac{3 + x^3}{x + 1}} - 3 \log_2(x + 1) + \log_2(2x - 3) \right)$

j) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x + 2} - 3}{x^2 - 4}$

e) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin(x^4 - 2x^2 + 1) \log_2(x + 3)}{\cos(3 + 3x) - 1}$

k) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2 \log_3(9^x + 5)}{1 + \log_3(3^{x-1} + 2)}$

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \cos 2x - 3 \sin x}{(x + 2)(x - 3)}$

l) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x - 4 - 3x^4}{2 + 7x^4 - x^3}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\frac{1}{(x - 3)(x + 1)} + \frac{1}{x + 1} \geq \frac{1}{4x}$, (b) $\max\{10x + 10, 4x + 20\} \geq |10x + 25| + 10$

(c) $\sqrt{3x^2 + x} - \frac{1}{4} \leq 2x + 1.$

3. Consideriamo la successione definita da $a_0 = 2$, $a_1 = 2$, $a_{n+2} = 2a_{n+1} + 3a_n$. Mediante il principio d'induzione, dimostrare che $a_n = (-1)^n + 3^n$.

4. Poniamo $X = \{1/(n^2 - 2) : n \in \mathbb{Z}\}$. Dimostrare che $\max X = 1/2$ e $\min X = -1$.

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.



Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema C

Compitino del 10 gennaio 2007

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--

Documento d'identità (se chiesto):

--

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Le risposte vanno giustificate.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 - 3x + 4} - 2\sqrt{x(x^2 + 2)} \right)$

g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 4x^6 + 2}{2 - x^3 + 3x^4}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{(\sin 2x)\sqrt{4x^2 - x^4}}$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{3 + \cos 2x}}{2x^4 \sin x - x^2}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{\frac{1+x^3}{x-3}} - 3 \log_2(x+2) + \log_2(3x-1) \right)$

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4^x - 2^x - 3x}{x^3 - 3x + 5}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{5x^2 - 2x^{-1} + 4x} - \sqrt{7x^4 + 2x + 4x} \right)$

j) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1 - \sqrt{2-x}}{4 - x^2}$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^3 - 2x^2 + x) \log_2(x+1)}{2 \cos(x^2 - x) - 2}$

k) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 3 \log_3(9^x + 3)}{1 + 2 \log_3(3^{x-1} + 1)}$

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \sin x - 3 \cos 2x}{(x+3)(x+1)}$

l) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x - 5 - 6x^4}{1 + 4x^4 - 3x^3}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\frac{1}{(x-3)(x-1)} + \frac{4}{x} \geq \frac{1}{x-1}$, (b) $\max\{4x + 12, 6x - 12\} \geq |6x + 9| + 6$

(c) $\sqrt{2x^2 + 2x - \frac{3}{2}} \leq 2x - 1$.

3. Consideriamo la successione definita da $a_1 = 4$, $a_2 = 8$, $a_{n+2} = 2a_{n+1} + 3a_n$. Mediante il principio d'induzione, dimostrare che $a_n = (-1)^{n+1} + 3^n$.

4. Poniamo $X = \{1/(n^2 - 2) : n \in \mathbb{Z}\}$. Dimostrare che $\max X = 1/2$ e $\min X = -1$.

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.



Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema D

Compitino del 10 gennaio 2007

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--	--

Documento d'identità (se chiesto):

--

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Le risposte vanno giustificate.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 \operatorname{sen} 2x - x \cos x}{(x-3)(x+1)}$

g) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - 3}{2x + x^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{\frac{2+x^3}{x-1}} - 2 \log_2(x+3) + \log_2(2x+4) \right)$

h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x - 2^x + x^2}{x^4 - 2^x + 3}$

c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\operatorname{sen}(x^4 - 2x^2 + 1) \log_2(x+5)}{\cos(2+2x) - 1}$

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 6 - 5x^4}{2 + 4x^4 - 4x^3}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{(\operatorname{sen} x) \sqrt{x^2 - 2x^4}}$

j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \operatorname{sen} 2x} - \sqrt{3 + \cos x}}{3x^4 \operatorname{sen} x - x^2}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{2x^3 - 3x + 9x} - \sqrt{3x + 3x^{-1} + 9x} \right)$

k) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2 \log_3(9^x + 4)}{4 - \log_3(3^{x-1} + 1)}$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2\sqrt{x^2 + 3x - 1} - \sqrt{x(x^2 - 1)} \right)$

l) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 3x^5 - 4}{1 - 3x^2 + 2x^4}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\frac{1}{(x-3)(x-1)} + \frac{1}{3(x-1)} + \frac{1}{x} \geq 0$, (b) $\max\{24 - 9x, 12x - 12\} \geq |12x - 16| + 12$

(c) $\sqrt{2x^2 + 2x - \frac{3}{2}} \leq 2x + 3$.

3. Consideriamo la successione definita da $a_1 = 0$, $a_2 = 4$, $a_{n+2} = 2a_{n+1} + 3a_n$. Mediante il principio d'induzione, dimostrare che $a_n = (-1)^n + 3^{n-1}$.

4. Poniamo $X = \{1/(n^2 - 2) : n \in \mathbb{Z}\}$. Dimostrare che $\max X = 1/2$ e $\min X = -1$.

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.