Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2005/2006

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica

Prova Scritta del 5 settembre 2006

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{2+2(x-1)^3-3(e^x-e^{-x})\cos x+\ln\cos x}{(\cos x)\operatorname{sen}(x^4-x^3)}$ (b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x(e^x+\cos x)-\ln(2x+1)}{x\sqrt{1-x}-e^{-x}\operatorname{sen}(x-x^2)}$

(c) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\Big(\sqrt{e^{2x}+xe^x\ln x}-\sqrt{e^x(e^x+2+x\ln x)}\Big)$ (d) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\Big(\frac{n^2+3n+1}{n^2+2n\log n}\Big)^{n/\log n}$.

2. Data la funzione $f(x) := 1/(1+x^3)$ si studino **(a)** il dominio di definizione; **(b)** il segno; **(c)** i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti; **(d)** la derivata prima, gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo/minimo locale e/o globale; **(e)** la derivata seconda e gli intervalli di convessità/concavità ed eventuali flessi. **(f)** Si tracci l'andamento qualitativo del grafico di f.

3. Trovare una primitiva (integrale indefinito) delle seguenti funzioni

$$\text{(a)}\quad \frac{2x-2}{\cos^2(x^2-2x)}\,,\qquad \text{(b)}\quad x\arctan x\,,\qquad \text{(c)}\quad \frac{2x^3+2x^2-1}{x^2+x-2}\,.$$

4. Calcolare una primitiva della funzione $1/(x\sqrt{x^6-1})$, per esempio usando la sostituzione $x = 1/\sqrt[3]{t}$.

5. Studiare la convergenza delle serie

$$\text{(a)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\Big(1-\frac{1}{n}\Big)^n,\qquad \text{(b)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\Big(\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{\sqrt{n+1}}\Big),\qquad \text{(c)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\ln\Big(1+\frac{n}{n^3+1}\Big).$$

6. Trovare i punti stazionari della funzione di due variabili $f(x,y) := 16x^3-4x^4-17x^2+4xy-4y^2+4$, e determinarne se sono punti di massimo/minimo/sella.

Punti: 3+3+3+3, 1+2+2+2+2+2, 3+4+4, 6, 3+3+3, 6.