Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema A

Compitino del 3 luglio 2006

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Si calcolino i polinomi di Taylor delle seguenti funzioni centrati in $x_0 = 0$:

(a) xe^{x^2-2x} di ordine 3, (b) $e^{3x-2\operatorname{sen} x}$ di ordine 3,

(c) $3/(1-2\operatorname{sen}^6 x)$ di ordine 7.

2. Si calcolino gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni

$$\text{(a)}\quad \frac{\operatorname{sen}\log x}{2x} - \frac{2x}{x^2+2x-3} \qquad \text{(b)}\quad \frac{(3+2x-2\sqrt{1-x^2})^2}{\sqrt{1-x^2}}\,.$$

3. Calcolare, col metodo per parti ripetuto, una primitiva della funzione $(x^2-3x)(\operatorname{sen} x - \cos x)$.

4. Si calcoli il seguente integrale indefinito mediante la sostituzione $x = 1/(2-y)$:

$$\int \frac{2x-1}{x^2\sqrt{5x^2-4x+1}}\,dx\,,$$

5. Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

$$\text{(a)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\Big(\frac{e^{1/n}-1}{\arctan(1+2n)}\Big)^2, \qquad \text{(b)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n-\log n}{n^2+3n+2}\,,$$

$$\text{(c)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(\pi-1)^{2n}}{n!}\,, \qquad \text{(d)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\Big(\sqrt{2+\frac{1}{n}}-\sqrt{2+\frac{1}{n+1}}\Big)\,.$$

6. Data la serie a segni alterni

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{\sqrt{3n^3+2n^2+1}}\,,$$

a. studiare la convergenza semplice utilizzando il criterio di Leibniz;
b. provare che la serie dei valori assoluti diverge.

7. Determinare e rappresentare sul piano cartesiano il dominio della funzione di due variabili $f(x,y) = (x^2-2x+y^2-2y+2)/(x+y-2)$. Descrivere geometricamente e rappresentare le linee di livello.

8. Determinare i punti critici della funzione $f(x,y) = x^4-4x^3+4yx^2+13x^2-8yx-18x+4y^2$. Indagare se sono max/min relativi o punti di sella.

Punti: 3+3+3, 2+2, 4, 4, 3+3+3+3, 3+3, 3, 6.

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema B

Compitino del 3 luglio 2006

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Si calcolino i polinomi di Taylor delle seguenti funzioni centrati in $x_0 = 0$:

(a) xe^{2x^2-x} di ordine 3, (b) $e^{-3x+2\operatorname{sen} x}$ di ordine 3,
(c) $2/(1-3\operatorname{sen}^6 x)$ di ordine 7.

2. Si calcolino gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni

$$\text{(a)} \quad -\frac{\cos\log x}{3x} - \frac{2x}{x^2+4x+3} \qquad \text{(b)} \quad \frac{(2x-3-2\sqrt{1-x^2})^2}{\sqrt{1-x^2}}\,.$$

3. Calcolare, col metodo per parti ripetuto, una primitiva della funzione $(x-2x^2)(\operatorname{sen} x + \cos x)$.

4. Si calcoli il seguente integrale indefinito mediante la sostituzione $x = 2/(1-y)$:

$$\int \frac{x-2}{x^2\sqrt{x^2-2x+2}}\,dx\,,$$

5. Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\Big(\frac{e^{1/n}-1}{\arctan(n+2)}\Big)^2$, (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n-\log n}{n^2+4n-1}$,

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(\pi+3)^{2n}}{n!}$, (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\Big(\sqrt{1+\frac{2}{n}}-\sqrt{1+\frac{2}{n+1}}\Big)$.

6. Data la serie a segni alterni

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{\sqrt{2n^3+3n^2+2}}\,,$$

a. studiare la convergenza semplice utilizzando il criterio di Leibniz;
b. provare che la serie dei valori assoluti diverge.

7. Determinare e rappresentare sul piano cartesiano il dominio della funzione di due variabili $f(x,y) = (x^2-2x+y^2+2y+2)/(x-y-2)$. Descrivere geometricamente e rappresentare le linee di livello.

8. Determinare i punti critici della funzione $f(x,y) = y^4-4y^3+4xy^2+13y^2-8xy-18y+4x^2$. Indagare se sono max/min relativi o punti di sella.

Punti: 3+3+3, 2+2, 4, 4, 3+3+3+3, 3+3, 3, 6.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2005/2006

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema C

Compitino del 3 luglio 2006

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Si calcolino i polinomi di Taylor delle seguenti funzioni centrati in $x_0 = 0$:

(a) xe^{2x-x^2} di ordine 3, (b) $e^{2x-3\operatorname{sen} x}$ di ordine 3,

(c) $2/(1-2\operatorname{sen}^6 x)$ di ordine 7.

2. Si calcolino gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni

$$\text{(a)}\quad \frac{\operatorname{sen}\log x}{3x} + \frac{x}{x^2-2x-3} \qquad \text{(b)}\quad \frac{(3x-1-3\sqrt{1-x^2})^2}{\sqrt{1-x^2}}\,.$$

3. Calcolare, col metodo per parti ripetuto, una primitiva della funzione $(x^2+3x)(\cos x - \operatorname{sen} x)$.

4. Si calcoli il seguente integrale indefinito mediante la sostituzione $x = 1/(2-2y)$:

$$\int \frac{2x-1}{x^2\sqrt{8x^2-4x+1}}\,dx\,,$$

5. Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

$$\text{(a)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\Big(\frac{e^{1/n}-1}{\arctan(1+3n)}\Big)^2, \qquad \text{(b)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-\log n}{n^2+2n+2}\,,$$

$$\text{(c)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(\pi-2)^{2n}}{n!}\,, \qquad \text{(d)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\Big(\sqrt{2-\frac{1}{n}}-\sqrt{2-\frac{1}{n+1}}\Big)\,.$$

6. Data la serie a segni alterni

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{\sqrt{4n^3+n^2+2}}\,,$$

a. studiare la convergenza semplice utilizzando il criterio di Leibniz;
b. provare che la serie dei valori assoluti diverge.

7. Determinare e rappresentare sul piano cartesiano il dominio della funzione di due variabili $f(x,y) = (x^2+2x+y^2-2y+2)/(x-y+2)$. Descrivere geometricamente e rappresentare le linee di livello.

8. Determinare i punti critici della funzione $f(x,y) = x^4+4x^3+4yx^2+13x^2+8yx+18x+4y^2$. Indagare se sono max/min relativi o punti di sella.

Punti: 3+3+3, 2+2, 4, 4, 3+3+3+3, 3+3, 3, 6.

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema D

Compitino del 3 luglio 2006

Cognome e Nome:

Matricola: Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori. Va riportato lo svolgimento degli esercizi.

1. Si calcolino i polinomi di Taylor delle seguenti funzioni centrati in $x_0 = 0$:

(a) xe^{x-2x^2} di ordine 3, (b) $e^{-2x+3\operatorname{sen} x}$ di ordine 3,
(c) $3/(1-3\operatorname{sen}^6 x)$ di ordine 7.

2. Si calcolino gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni

$$\text{(a)}\quad \frac{\cos\log x}{2x} - \frac{x}{x^2-4x+3} \qquad \text{(b)}\quad \frac{(1+3x-3\sqrt{1-x^2})^2}{\sqrt{1-x^2}}\,.$$

3. Calcolare, col metodo per parti ripetuto, una primitiva della funzione $(2x^2-x)(\cos x + \operatorname{sen} x)$.

4. Si calcoli il seguente integrale indefinito mediante la sostituzione $x = 2/(1-2y)$:

$$\int \frac{x-2}{x^2\sqrt{5x^2-4x+4}}\,dx\,,$$

5. Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

$$\text{(a)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\Big(\frac{e^{1/n}-1}{\arctan(2+n)}\Big)^2, \qquad \text{(b)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n-2\log n}{n^2+2n+3}\,,$$

$$\text{(c)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{(2\pi+1)^{2n}}{n!}\,, \qquad \text{(d)}\quad \sum_{n=1}^{\infty}\Big(\sqrt{1-\frac{1}{2n}}-\sqrt{1-\frac{1}{2(n+1)}}\Big)\,.$$

6. Data la serie a segni alterni

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{\sqrt{3n^3+4n^2+1}}\,,$$

a. studiare la convergenza semplice utilizzando il criterio di Leibniz;
b. provare che la serie dei valori assoluti diverge.

7. Determinare e rappresentare sul piano cartesiano il dominio della funzione di due variabili $f(x,y) = (x^2+2x+y^2+2y+2)/(x+y+2)$. Descrivere geometricamente e rappresentare le linee di livello.

8. Determinare i punti critici della funzione $f(x,y) = x^4-4x^3-4yx^2+13x^2+8yx-18x+4y^2$. Indagare se sono max/min relativi o punti di sella.

Punti: 3+3+3, 2+2, 4, 4, 3+3+3+3, 3+3, 3, 6.