Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2005/2006

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema A

Compitino del 19 dicembre 2005

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{3x-1+2x^3}{4-6x^2-3x^3}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{2x^2+x-5}-\sqrt{x^3+1}\right)$

c) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{2x^5-x+6}{x-x^2-8}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{2x^2-x2^x+x^24^x}-\sqrt{5x+x2^x+x^24^x}\right)$

e) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\log_2(x+2^x)}{x+\log_2(4^x-3)}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to3} \frac{\log_2(5x+2)}{3x-x^2}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to1} \frac{(x^2-1)\operatorname{sen}(x-1)}{1-\cos(1-x)}$

h) $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{\log_2(2-\cos x)-\sqrt{1-x^2}}{x^6-x^2}$

i) $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{(1+\cos x)\operatorname{sen} x}{\sqrt{1-\cos x}}$

j) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{x^4-4^x+3}{x^3+3^x-1}$

k) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{x(\cos 3x+\operatorname{sen} x)}{x^2+3x-1}$

l) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{2-x^2}{2x+1}-\log_2(x+3)+\log_2(x^2-3x+5)\right)$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\displaystyle\frac{x+1}{x+3}+\frac{8x}{8x-1}\geq 1$, (b) $\begin{cases} \dfrac{3}{2}-2x+|1-2x|>\min\{1-x,2x\} \\ 2x^2<3+x, \end{cases}$

(c) $\sqrt{-2-8x-2x^2}\geq 1-x$.

3. Mediante il principio d'induzione, dimostrare che $(1+x)^n\geq 1+nx+\frac{1}{2}(n-1)nx^2$ per ogni $x\geq 0$ e per ogni intero $n\geq 1$.

4. Poniamo $X=\{n-\sqrt{2n^2+2}\ :\ n\in\mathbb{Z}\}$. Dimostrare che $\max X=-1$ e $\inf X=-\infty$.

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2005/2006

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema B

Compitino del 19 dicembre 2005

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

a) $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1-2x^2}{x+5}-\log_2(2x+1)+\log_2(x^2+4x-1)\right)$

b) $\lim_{x\to+\infty}\frac{4x^2+3-x^3}{5x+2-3x^3}$

c) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+3x-7}-\sqrt{x^3-x^2}\right)$

d) $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^5-5^x+1}{x^2+2^x+1}$

e) $\lim_{x\to1}\frac{1-\cos(1-x)}{(x^2-1)\operatorname{sen}(x-1)}$

f) $\lim_{x\to2}\frac{\log_2(3x+5)}{2x-x^2}$

g) $\lim_{x\to0}\frac{\log_2(\cos x)-\sqrt{2-3x^2}}{x^6-2x^2}$

h) $\lim_{x\to+\infty}\frac{\log_2(4^x+5)}{2x+\log_2(1+2^x)}$

i) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{3x+x2^x+x^24^x}-\sqrt{3+2x2^x+x^24^x}\right)$

j) $\lim_{x\to+\infty}\frac{5x^4-2x+3}{2x-x^3+2}$

k) $\lim_{x\to-\infty}\frac{x(\operatorname{sen}2x-\cos x)}{2x^2+x+1}$

l) $\lim_{x\to0}\frac{(2-\cos x)\operatorname{sen}x}{\sqrt{1-\cos x}}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\frac{x}{x-1}+\frac{x+2}{x+3}\geq1$, (b) $\begin{cases}\frac{3}{2}+2x+|1+2x|>\min\{-2x,1+x\}\\ x+2x^2<3,\end{cases}$

(c) $\sqrt{8x-2-2x^2}\geq1+x$.

3. Mediante il principio d'induzione, dimostrare che $(1+x)^n\geq1+nx+\frac{1}{2}(n-1)nx^2$ per ogni $x\geq0$ e per ogni intero $n\geq1$.

4. Poniamo $X=\{-n+\sqrt{2n^2+2}\ :\ n\in\mathbb{Z}\}$. Dimostrare che $\min X=1$ e $\sup X=+\infty$.

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2005/2006

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema C

Compitino del 19 dicembre 2005

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\log_2(\operatorname{sen} x + \cos x) - \sqrt{2+x^2}}{2x^6 - x^2}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to -2} \frac{\log_2(7-x)}{x^2+2x}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \left(\sqrt{x^2+9} - \sqrt{x^3-2x^2+x}\right)$

d) $\displaystyle\lim_{x\to -\infty} \frac{x(\cos x + \operatorname{sen} 3x)}{3x^2+x-1}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(\operatorname{sen} x - \cos x)\operatorname{sen} x}{\sqrt{1-\cos x}}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{3x^3+4^x+2}{x^2+x-2^x}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{x+1-x^2}{x-1} - \log_2(x-2) + \log_2(2x^2+5)\right)$

h) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{x+\log_2(4^x-x)}{\log_2(3+2^x)}$

i) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \left(\sqrt{x^3-3x2^x+x^24^x} - \sqrt{x-2x2^x+x^24^x}\right)$

j) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{2-x^2-3x^3}{4x^3-x-7}$

k) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{3x^5-2x+1}{x-2x^3+3}$

l) $\displaystyle\lim_{x\to -1} \frac{(x^2-1)\operatorname{sen}(x+1)}{1-\cos(1+x)}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\displaystyle\frac{2x}{2x+1} + \frac{x-2}{x-4} \geq 1$, (b) $\begin{cases} -\dfrac{1}{2} + 2x + |1-2x| > \min\{2-2x, x\} \\ 2x^2 < 2+3x, \end{cases}$

(c) $\sqrt{4+4x-2x^2} \geq 4-x$.

3. Mediante il principio d'induzione, dimostrare che $(1+x)^n \geq 1+nx+\frac{1}{2}(n-1)nx^2$ per ogni $x \geq 0$ e per ogni intero $n \geq 1$.

4. Poniamo $X = \{n - \sqrt{3n^2+6} \ : \ n \in \mathbb{Z}\}$. Dimostrare che $\max X = -2$ e $\inf X = -\infty$.

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2005/2006

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema D

Compitino del 19 dicembre 2005

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{2x+\log_2(2^x-1)}{\log_2(x+4^x)}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to-3} \frac{\log_2(3-x)}{x^2+3x}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{2x+2x2^x+x^24^x}-\sqrt{3x^2-2x2^x+x^24^x}\right)$

d) $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{(2-\cos 2x)\operatorname{sen} x}{\sqrt{1-\cos x}}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{x(\cos 3x-\cos x)}{x^2+4x-2}$

f) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{1+x-x^2-2x^3}{x^2-2x+2x^3}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{3x^2+2}-\sqrt{x^3+x^2-x}\right)$

h) $\displaystyle\lim_{x\to-1} \frac{1-\cos(1+x)}{(x^2-1)\operatorname{sen}(x+1)}$

i) $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{\log_2(\cos x-\operatorname{sen} x)-\sqrt{1-2x^2}}{2x^6-3x^2}$

j) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{2x^4-x+5^x}{x^2-4^x+2}$

k) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{2x-x^2}{2x-1}-\log_2(3x-1)+\log_2(x^2+5x+1)\right)$

l) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{6x^4-x^3+1}{2x-3x^3+2}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\displaystyle\frac{8x}{1+8x}+\frac{x-1}{x-3}\geq 1$, (b) $\begin{cases} 5+4|x-1|>4x+\min\{3-2x,4x-2\} \\ 2x^2<2+3x, \end{cases}$

(c) $\sqrt{4-4x-2x^2}\geq 4+x$.

3. Mediante il principio d'induzione, dimostrare che $(1+x)^n\geq 1+nx+\frac{1}{2}(n-1)nx^2$ per ogni $x\geq 0$ e per ogni intero $n\geq 1$.

4. Poniamo $X=\{-n+\sqrt{3n^2+6}\ :\ n\in\mathbb{Z}\}$. Dimostrare che $\min X=2$ e $\sup X=+\infty$.

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.