Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2004/2005

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica

Prova Scritta del 15 settembre 2005

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo.

1. Calcolare i seguenti limiti

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{4+2x-(1+x)e^x-3\cos x}{\sin(x^5-x^4)}$, (b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1+x^2-\sqrt{1+x^2}+x\tan x}{\sqrt{1-x}-\sqrt{1-x+x^2}}$,

(c) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \left(\sqrt{x^3-x^2+1}-\sqrt{x^3+x^2+2}\right)$, (d) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{x+\operatorname{sen} x}{e^{-2x}-e^{-x}}$.

2. Data la funzione $f(x) := \dfrac{(x-1)(x+1)^2}{x^2+x+1}$ si studi

a. il dominio di definizione e le eventuali simmetrie;
b. il segno;
c. i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti;
d. la derivata prima, gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo/minimo locale e/o globale (nel calcolare le derivate si cerchi di raccogliere i fattori comuni);
e. la derivata seconda e gli intervalli di convessità/concavità ed eventuali flessi.
f. Si tracci l'andamento qualitativo del grafico di f.

3. Trovare una primitiva (integrale indefinito) delle seguenti funzioni

(a) $\displaystyle\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)-\frac{3-6x^2}{1-3x+2x^3}$, (b) $2x\left(1+\tan^2(x^2-1)\right)$, (c) $x(e^{2x}+\cos x)$.

4. Calcolare una primitiva della funzione $\arccos^2 x$, per esempio usando la sostituzione $x = \cos t$ per $0 \le t \le \pi$.

5. Studiare la convergenza delle serie

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sen}\frac{n+1}{n^3}$, (b) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!+(n+1)!}{(n+3)!}$.

6. Della funzione di due variabili $f(x,y) := 2x/(x^2+y^2)$ trovare il dominio, descrivere e disegnare le curve di livello, e dire se ha punti stazionari.

Punti: 3+3+3+3, 1+2+2+2+2+2, 3+4+4, 6, 3+3, 6.