Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2004/2005

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica

Prova Scritta del 21 luglio 2005

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo.

1. Calcolare i seguenti limiti

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{-x} - \cos x - (x-1)\operatorname{sen} x}{\cos(x^2 - x^3) - 1}$, (b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x + x^2 + x\sqrt{1-x^2} - 2\tan x}{\ln(1-2x) + 2\ln(1+x)}$,

(c) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \left(\sqrt{x^2+3x+1} - \sqrt{x^2+x+2}\right)$, (d) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\arccos x - \ln x}{\operatorname{sen}(x^3 - x)}$.

2. Data la funzione $f(x) := \dfrac{(x-1)^3}{x^2 - 3x + 1}$ si studi

a. il dominio di definizione e le eventuali simmetrie;
b. il segno;
c. i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti;
d. la derivata prima, gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo/minimo locale e/o globale;
e. la derivata seconda e gli intervalli di convessità/concavità ed eventuali flessi.
f. Si tracci l'andamento qualitativo del grafico di f.

3. Trovare una primitiva (integrale indefinito) delle seguenti funzioni (per l'ultima si può sostituire $e^x = t$)

(a) $\dfrac{2}{1+4x^2} - e^{\operatorname{sen} x}\cos x$, (b) $2x^3 e^{-x^2}$, (c) $\dfrac{e^{2x} + 3e^x}{e^x + 1}$.

4. Studiare la convergenza delle serie

(a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2+n}{5^n}$, (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(1+n)}$.

5. Calcolare i polinomi di MacLaurin delle seguenti funzioni:

(a) $x\operatorname{sen}\big(x(x-\pi)\big)$, di ordine 3, (b) $x\cos(x^3)$ di ordine 7.

6. Trovare i punti stazionari della funzione $f(x,y) := x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4x^2 - 4xy^3 + 24xy + y^4 - 4y^2$ e determinare se sono massimi/minimi locali o punti di sella.

Punti: 3+3+3+3, 1+2+2+2+2+2, 3+4+4, 3+3, 3+3, 6.