Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2004/2005

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema A

Compitino del 24 giugno 2005

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori.

1. Si calcolino i polinomi di Taylor delle seguenti funzioni centrati in $x_0 = 0$:

(a) $\operatorname{sen}(x^2 - 2x)$ di ordine 3, (b) $\cos(1 - e^{2x}) - \dfrac{1}{1-x}$ di ordine 3,

(c) $\dfrac{x}{1-x^6}$ di ordine 7 (ricordare la formula per $1/(1-y)$).

2. Si calcolino gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni

(a) $\dfrac{3\ln(2+x)}{2+x} - \dfrac{2}{x^2}\operatorname{sen}\dfrac{1}{x}$, (b) $(\sqrt{3x-1}-2)^2$.

3. Calcolare, col metodo per parti ripetuto, l'integrale indefinito della funzione $(x - e^x)\operatorname{sen} x$.

4. Si calcoli il seguente integrale indefinito mediante la sostituzione $t = 2x - 1/2$:

$$\int \frac{4}{\sqrt{3+8x-16x^2}}\,dx\,,$$

5. Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{2^n+3}\operatorname{sen}^2\frac{1}{n}$, (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n+2}$,

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{2n+1}}{n!}$, (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \Big(\frac{3n^2+1}{3n^2+n}\Big)^{3n}$.

6. Data la serie a segni alterni

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n+2}{n^2-2n+8}\,,$$

a. studiare la convergenza semplice utilizzando il criterio di Leibniz;

b. provare che la serie diverge assolutamente.

7. Determinare e rappresentare sul piano cartesiano il dominio della funzione di due variabili $f(x,y) = \ln\big|(y-1)/(x+x^2)\big|$. Descrivere geometricamente e rappresentare le linee di livello.

8. Determinare i punti critici della funzione $f(x,y) = (2x-5y)/(x^2-2xy-2y^2+4)$. Indagare se sono max/min relativi o punti di sella.

Punti: 3+3+3, 2+2, 4, 4, 3+3+3+3, 3+3, 3, 6.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2004/2005

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema B

Compitino del 24 giugno 2005

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori.

1. Si calcolino i polinomi di Taylor delle seguenti funzioni centrati in $x_0 = 0$:

$$\text{(a)}\quad \operatorname{sen}(2x^2 - x) \quad \text{di ordine 3,} \qquad \text{(b)}\quad \cos(e^{2x} - 1) + \frac{2}{1-x} \quad \text{di ordine 3,}$$

$$\text{(c)}\quad \frac{x}{1-x^3} \quad \text{di ordine 7 (ricordare la formula per } 1/(1-y).$$

2. Si calcolino gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni

$$\text{(a)}\quad \frac{\ln(1-x)}{1-x} - \frac{1}{x^2}\operatorname{sen}\frac{2}{x}\,, \qquad \text{(b)}\quad (\sqrt{2x-3}+1)^2\,.$$

3. Calcolare, col metodo per parti ripetuto, l'integrale indefinito della funzione $(x - e^x)\cos x$.

4. Si calcoli il seguente integrale indefinito mediante la sostituzione $t = -3 + x/2$:

$$\int \frac{1}{\sqrt{12x - x^2 - 32}}\,dx\,,$$

5. Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

$$\text{(a)}\quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{3^n+1}\operatorname{sen}^2\frac{2}{n}\,, \qquad \text{(b)}\quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{3+n}\,,$$

$$\text{(c)}\quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^{2n-1}}{n!}\,, \qquad \text{(d)}\quad \sum_{n=1}^{\infty} \Big(\frac{2n^2+5}{2n^2+2n}\Big)^{3n}\,.$$

6. Data la serie a segni alterni

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n-1}{n^2-2n+5}\,,$$

a. studiare la convergenza semplice utilizzando il criterio di Leibniz;

b. provare che la serie diverge assolutamente.

7. Determinare e rappresentare sul piano cartesiano il dominio della funzione di due variabili $f(x,y) = \ln\big|(y+1)/(x-x^2)\big|$. Descrivere geometricamente e rappresentare le linee di livello.

8. Determinare i punti critici della funzione $f(x,y) = (2y-5x)/(y^2-2x^2-2xy+4)$. Indagare se sono max/min relativi o punti di sella.

Punti: 3+3+3, 2+2, 4, 4, 3+3+3+3, 3+3, 3, 6.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2004/2005

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema C

Compitino del 24 giugno 2005

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori.

1. Si calcolino i polinomi di Taylor delle seguenti funzioni centrati in $x_0 = 0$:

(a) $\operatorname{sen}(x - 2x^2)$ di ordine 3, (b) $\cos(e^x - 1) - \dfrac{1}{1-2x}$ di ordine 3,

(c) $\dfrac{x^5}{1-x^2}$ di ordine 7 (ricordare la formula per $1/(1-y)$.

2. Si calcolino gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni

(a) $\dfrac{\ln(1+2x)}{1+2x} + \dfrac{2}{x^3}\operatorname{sen}\dfrac{1}{x^2}$, (b) $(1-\sqrt{2x-3})^2$.

3. Calcolare, col metodo per parti ripetuto, l'integrale indefinito della funzione $(e^x - x)\operatorname{sen} x$.

4. Si calcoli il seguente integrale indefinito mediante la sostituzione $t = 3x - 2$:

$$\int \frac{3}{\sqrt{12x - 9x^2 - 3}}\,dx\,,$$

5. Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{2^n + n}\operatorname{sen}^2\frac{1}{n}$, (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{2n+1}$,

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{3n+1}}{n!}$, (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \Big(\frac{3n^2+1}{3n^2+2n}\Big)^{2n}$.

6. Data la serie a segni alterni

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-2}{n^2 - n + 4}\,,$$

a. studiare la convergenza semplice utilizzando il criterio di Leibniz;

b. provare che la serie diverge assolutamente.

7. Determinare e rappresentare sul piano cartesiano il dominio della funzione di due variabili $f(x,y) = \ln\big|(1-y)/(x^2-x)\big|$. Descrivere geometricamente e rappresentare le linee di livello.

8. Determinare i punti critici della funzione $f(x,y) = (2x+5y)/(4+x^2+2xy-2y^2)$. Indagare se sono max/min relativi o punti di sella.

Punti: 3+3+3, 2+2, 4, 4, 3+3+3+3, 3+3, 3, 6.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2004/2005

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema D

Compitino del 24 giugno 2005

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori.

1. Si calcolino i polinomi di Taylor delle seguenti funzioni centrati in $x_0 = 0$:

(a) $\operatorname{sen}(2x - x^2)$ di ordine 3, (b) $\cos(1 - e^x) + \dfrac{2}{1-2x}$ di ordine 3,

(c) $\dfrac{x^4}{1-x^2}$ di ordine 7 (ricordare la formula per $1/(1-y)$.

2. Si calcolino gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni

(a) $\dfrac{\ln(1-x)}{1-x} + \dfrac{3}{x^2}\operatorname{sen}\dfrac{2}{x}$, (b) $(1+\sqrt{1-2x})^2$.

3. Calcolare, col metodo per parti ripetuto, l'integrale indefinito della funzione $(e^x - x)\cos x$.

4. Si calcoli il seguente integrale indefinito mediante la sostituzione $t = 2x - 4$:

$$\int \frac{2}{\sqrt{16x - 4x^2 - 15}}\,dx\,,$$

5. Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{3^n + n}\operatorname{sen}^2\frac{1}{2n}$, (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{2n+1}$,

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^{n+3}}{n!}$, (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \Big(\frac{4n^2-1}{4n^2+n}\Big)^{3n}$.

6. Data la serie a segni alterni

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n-3}{n^2 - 3n + 4}\,,$$

a. studiare la convergenza semplice utilizzando il criterio di Leibniz;

b. provare che la serie diverge assolutamente.

7. Determinare e rappresentare sul piano cartesiano il dominio della funzione di due variabili $f(x,y) = \ln\big|(1+y)/(x^2 - x)\big|$. Descrivere geometricamente e rappresentare le linee di livello.

8. Determinare i punti critici della funzione $f(x,y) = (5x+2y)/(4-2x^2+2xy+y^2)$. Indagare se sono max/min relativi o punti di sella.

Punti: 3+3+3, 2+2, 4, 4, 3+3+3+3, 3+3, 3, 6.