



Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema B

Compitino del 10 dicembre 2004

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--

Documento d'identità (se chiesto):

--

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^4 - 3x^3 + 2x^2}{3x^2 - 7x^4 + 1}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x + 2} - \sqrt{x^3 + 2x^2 - 3} \right)$
- c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 - x^2 + 3^x}{x - 3x^3 - 4^x}$ d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x + 2 \log_2(x^2 - x + 5) - 2}{\log_2(2x^2 + 3x + 1)}$
- e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x - \cos x + 1}{\sqrt{4 - x^2} - 2}$ f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x - \cos x + 1}{x^2} + \log_2(4x^2 - 2) - \log_2(x^2 - x) \right)$
- g) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin(x^2 + 2x + 1)}{\cos(x + 1) - 1}$ h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{4x + 2x + 1} - \sqrt{3x - 2x + 4x} \right)$
- i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \cos(3 - x^2)}{9 - x^4}$ j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \sin x} - 2 \log_2(2 - x^2)}{x^3 - 3x^2}$
- k) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin x}{\pi x - 2x^2}$ l) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - x^2 + 3x - 2}{x^2 - 3x + 3}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\frac{2x}{x+1} + \frac{8x+25}{8(x^2-2x-3)} \geq 0$, (b) $\begin{cases} 3x \geq 2|x-4| + 4 \\ 2x^2 < 5x + 12, \end{cases}$ (c) $\sqrt{x^2 + x - 6} \leq 2x - 4$.

3. Mediante il principio d'induzione, dimostrare che

$$\frac{2 \cdot 1}{3} + \frac{2^2 \cdot 2}{3^2} + \frac{2^3 \cdot 3}{3^3} + \dots + \frac{2^n \cdot n}{3^n} = 6 - \frac{2^{n+1}(n+3)}{3^n}.$$

4. Poniamo $A = \{(1 - 2n^2)/(2n^2 + 1) : n \in \mathbb{Z}\}$. Dimostrare che $\inf A = -1$ e $\max A = 1$.
A ha minimo?

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.



Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema C

Compitino del 10 dicembre 2004

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--

Documento d'identità (se chiesto):

--

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_2(2 - x^2) - \sqrt{3 + \cos x}}{x^3 - 2x^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x + 2 - 2 \cos x}{\sqrt{1 - x^2} - 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\log_2(2x^2 - 5) - \log_2(x^2 + 3x) - \frac{2x^2 - \cos x + 1}{x^2} \right)$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \cos(2 - x^2)}{4 - x^4}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{3x^2 - 2x + 1} - \sqrt{2x^4 + x^2 - 1} \right)$

f) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cos(x + 1) - 1}{\sin(x^2 + 2x + 1)}$

g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 3x^2 + 2^x}{5x - 2x^2 - 4^x}$

h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - x^3 + 4x}{x^3 - 9x^4 + 2}$

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{2x - 2^x + 4^x} - \sqrt{2x^2 - 2x + 4^x} \right)$

j) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 3x^2 - x + 3}{2x^2 - 5x + 1}$

k) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \cos x + \log_2(2x^2 - 5) - 1}{2 \log_2(4x^2 + 1)}$

l) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x}{\pi x - x^2}$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\frac{x}{x+2} + \frac{4x+9}{4(x^2-2x-8)} \geq 0$, (b) $\begin{cases} 3x+5 \geq 2|x-1| \\ 2x^2+7x < 9, \end{cases}$ (c) $\sqrt{x^2-3x-4} \leq 2x-8$.

3. Mediante il principio d'induzione, dimostrare che

$$\frac{3 \cdot 1}{4} + \frac{3^2 \cdot 2}{4^2} + \frac{3^3 \cdot 3}{4^3} + \dots + \frac{3^n \cdot n}{4^n} = 12 - \frac{3^{n+1}(n+4)}{4^n}.$$

4. Poniamo $E = \{(2 - n^2)/(n^2 + 2) : n \in \mathbb{Z}\}$. Dimostrare che $\max E = 1$ e $\inf E = -1$.
 E ha minimo?

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.



Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema D

Compitino del 10 dicembre 2004

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--	--

Documento d'identità (se chiesto):

--

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \cos(1 - x)}{\sin(x^2 - 2x + 1)}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 - 5x + 12} - \sqrt{x^3 + 2x - 13} \right)$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 2x^4 - 2x^3}{5x^4 - 2x^3 + 4}$ d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log_2(4x^2 - x + 1) - \cos x}{\log_2(2x^2 + x) + 1}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \cos(1 - 2x^2)}{1 - 4x^4}$ f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{4^x - 2^x + 1} - \sqrt{4x + 2^x + 4^x} \right)$

g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^4 - x^5 + 2^x}{x^2 - x^4 + 5^x}$ h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_2(2 - 3x^2) - \sqrt{1 + 3 \cos x}}{x^3 - 3x^2}$

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - x \sin x}{\sqrt{9 - x^2} - 3}$ j) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 + x^2 - 8x + 2}{x^2 - 7x + 9}$

k) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x}{x^2 - \pi x}$ l) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\log_2(4x^2 + x + 1) - \log_2(x^2 + 7) - \frac{2x - \sin x + 1}{2x} \right)$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a) $\frac{2x}{x+2} + \frac{8x+49}{8(x^2-2x-8)} \geq 0$, (b) $\begin{cases} 3x \geq 2|x-5| + 7 \\ 2x^2 < 9x + 5, \end{cases}$ (c) $\sqrt{x^2 + 7x + 6} \leq 2x + 2$.

3. Mediante il principio d'induzione, dimostrare che

$$\frac{4 \cdot 1}{3} + \frac{4^2 \cdot 2}{3^2} + \frac{4^3 \cdot 3}{3^3} + \dots + \frac{4^n \cdot n}{3^n} = \frac{4^{n+1}(n-3)}{3^n} + 12.$$

4. Poniamo $B = \{(n^2 - 2)/(n^2 + 2) : n \in \mathbb{Z}\}$. Dimostrare che $\sup B = 1$ e $\min B = -1$.
 B ha massimo?

Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.