Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2003/2004

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica

Prova Scritta del 22 settembre 2004

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo.

1. Calcolare i seguenti limiti

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x(e^x+e^{-x})-2\operatorname{sen} x\cos x}{x^3+x^2\operatorname{sen} x}$, (b) $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\Big(1-\frac{n+1}{n^2-2}\Big)^{2n}$,

(c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^x-\cos x+(1+x)\ln(1+x)-2\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x-(1+x^2)\arctan x}$, (d) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{\arctan x}-\sqrt{3-\log(x+1)}}{1-\sqrt{1+x^2}}$.

2. Data la funzione $f(x) := \dfrac{x-x^2}{x^2-4x+1}$ si studino

a. il dominio di definizione e le eventuali simmetrie;
b. i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti;
c. gli zeri e il segno;
d. la derivata prima, gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo/minimo locale e/o globale;
e. la derivata seconda e gli intervalli di convessità/concavità ed eventuali flessi.
f. Si tracci l'andamento qualitativo del grafico di f.

3. Trovare una primitiva (integrale indefinito) delle funzioni

(a) $\dfrac{x}{9x^2-3x-2}$, (b) $(x-1)^2e^{-x}$, (c) $(\cos x)2^{\operatorname{sen} x}$.

4. Trovare una primitiva (integrale indefinito) della funzione $\sqrt{1-\dfrac{1}{x}}$ per $x>1$, usando per esempio la sostituzione $x=(t+1)^2/(4t)$ $(t>1)$.

5. Studiare la convergenza delle serie

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\Big(\frac{2n^2-2}{2n^2+n}\Big)^{n^2}$, (b) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\ln\Big(1+\frac{2^n}{n!}\Big)$.

6. Discutere la convergenza semplice e assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{n+1}{n^2+3n-1}.$$

Punti: 3+3+3+3, 2+2+2+2+3+2, 3+3+3, 6, 3+3, 6.