Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2003/2004

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica

Prova Scritta dell'8 settembre 2004

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo.

1. Calcolare i seguenti limiti

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{2-\sqrt{1-2x}-\cos x-\operatorname{sen}(x+x^2)}{x-\operatorname{sen} x}$, (b) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{\arctan x - 4^x}{\ln(x^2+x-1)+\operatorname{sen}(\pi x)}$,

(c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x+\ln(x^2+2x+1)+\operatorname{sen}^2 x}{\operatorname{sen} x-\tan x}$, (d) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty}\left(\sqrt{4^x+2^x}-\sqrt{4^x-2^x}\right)$.

2. Data la funzione $f(x) := (2+\sqrt{2})x + \ln\left|\dfrac{(x-1)^2}{1-x\sqrt{2}}\right|$ si studi

a. il dominio di definizione e le eventuali simmetrie;
b. i limiti agli estremi del dominio e gli eventuali asintoti;
c. la derivata prima, gli intervalli di crescenza e decrescenza, i punti di massimo/minimo locale e/o globale;
d. sfruttando quanto trovato su limiti agli estremi e crescenza/decrescenza, mostrare che la f si annulla in esattamente 3 punti, di cui uno è lo 0;
e. la derivata seconda e gli intervalli di convessità/concavità ed eventuali flessi.
f. Si tracci l'andamento qualitativo del grafico di f.

3. Trovare una primitiva (integrale indefinito) delle funzioni

(a) $\dfrac{x^2-2x-2}{(x-1)(1+x^2)}$, (b) $(x^2-3x-2)\operatorname{sen} x$, (c) $1+\tan^2(2-x)-\dfrac{1}{1+3x}$.

4. Studiare la convergenza delle serie

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4+3\cdot 4^n-\arctan n}{2^{3n}+3^{2n}}$, (b) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n-1)!(n+1)!3^n}{(2n+1)!}$.

5. Trovare e studiare i punti stazionari della funzione $f(x,y) := y^4+3y^3+x^2+xy+2y^2$.

Punti: 3+3+3+3, 2+2+2+3+2+2, 3+3+3, 3+3, 6.