Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2003/2004

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema A

Compitino del 23 giugno 2004

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori.

1. Si calcolino i polinomi di Taylor delle seguenti funzioni centrati in $x_0 = 0$:

(a) $\operatorname{sen}(x - 3x^2)$ di ordine 3, (b) $e^{1-\cos 2x} - 2\operatorname{sen} 3x$ di ordine 3,

(c) $x^2\left(1 - \cos\dfrac{x^2}{2}\right)$ di ordine 7.

2. Si calcolino gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni

(a) $\dfrac{1 - 2\operatorname{sen} x + (\operatorname{sen} x)\cos x}{\cos^2 x}$, (b) $(x - 3\sqrt{x})^2 - x\operatorname{sen}(x^2)$.

3. Calcolare, utilizzando due volte il metodo per parti, l'integrale indefinito della funzione $(3x^2 + 6x + 1)\arctan^2 x$.

4. Si calcoli il seguente integrale indefinito mediante la sostituzione $t = e^x$:

$$\int \frac{2e^x + e^{2x}}{(2 - e^x)(e^{2x} - 1)}\, dx\,,$$

5. Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 2n + \log n}{(n^2+1)(n^3+3)}$, (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+2}{n^2+3}\right)^{(n^3)}$,

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n(e^{1/n} - 1)$, (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n-1}}{(n+1)!}$.

6. Data la serie a segni alterni

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4n-3}{(2n+1)^2}\,,$$

a. studiare la convergenza semplice utilizzando il criterio di Leibniz;

b. provare che la serie diverge assolutamente.

7. Determinare e rappresentare sul piano cartesiano il dominio della funzione di due variabili $f(x, y) = \operatorname{arcsen}(y - x^2 + x)$. Descrivere geometricamente e rappresentare le linee di livello.

8. Descrivere geometricamente il dominio e determinare i punti critici della funzione $f(x, y) = y^2 - x^2 - \ln(2y^2 - x^2 + 2)$. Dire se sono max/min relativi o punti di sella.

Punti: 3+3+3, 2+2, 4, 4, 3+3+3+3, 3+3, 3, 6.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2003/2004

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema B

Compitino del 23 giugno 2004

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori.

1. Si calcolino i polinomi di Taylor delle seguenti funzioni centrati in $x_0 = 0$:

(a) $\operatorname{sen}(x - 3x^2)$ di ordine 3, (b) $e^{1-\cos x} - \operatorname{sen}^2(2x)$ di ordine 3,

(c) $x^2 \operatorname{sen}\left(\frac{x^4}{4}\right)$ di ordine 7.

2. Si calcolino gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni

(a) $\dfrac{1 - \operatorname{sen} x + 2(\operatorname{sen} x)\cos x}{\cos^2 x}$, (b) $(2x - \sqrt{x})^2 + 3x^2 \cos(x^3)$.

3. Calcolare, utilizzando due volte il metodo per parti, l'integrale indefinito della funzione $(9x^2 + 2x + 3)\arctan^2 x$.

4. Si calcoli il seguente integrale indefinito mediante la sostituzione $t = e^x$:

$$\int \frac{e^x + 2e^{2x}}{(1 - e^x)(e^{2x} - 4)}\, dx\,,$$

5. Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 - n + 3\log n}{(n+4)(2n^2+1)}$, (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2-1}{n^2+4}\right)^{(n^3)}$,

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{sen}\left(\frac{3}{n}\right)$, (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n-2}}{(n-1)!}$.

6. Data la serie a segni alterni

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{5n-4}{n^2+n}\,,$$

a. studiare la convergenza semplice utilizzando il criterio di Leibniz;

b. provare che la serie diverge assolutamente.

7. Determinare e rappresentare sul piano cartesiano il dominio della funzione di due variabili $f(x, y) = \arccos(y + x^2 + x)$. Descrivere geometricamente e rappresentare le linee di livello.

8. Descrivere geometricamente il dominio e determinare i punti critici della funzione $f(x, y) = x^2 - y^2 - \ln(2x^2 - y^2 + 2)$. Dire se sono max/min relativi o punti di sella.

Punti: 3+3+3, 2+2, 4, 4, 3+3+3+3, 3+3, 3, 6.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2003/2004

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema C

Compitino del 23 giugno 2004

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori.

1. Si calcolino i polinomi di Taylor delle seguenti funzioni centrati in $x_0 = 0$:

(a) $\operatorname{sen}(x - 3x^2)$ di ordine 3, (b) $e^{\cos(2x)-1} - 3\operatorname{sen} 2x$ di ordine 3,

(c) $x^2\big(1 - e^{(x^4)/4}\big)$ di ordine 7.

2. Si calcolino gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni

(a) $\dfrac{1 + 3\operatorname{sen} x - (\operatorname{sen} x)\cos x}{\cos^2 x}$, (b) $(x - 3\sqrt{x})^2 - (\operatorname{sen} x)\cos x$.

3. Calcolare, utilizzando due volte il metodo per parti, l'integrale indefinito della funzione $(6x^2 + 4x + 2)\arctan^2 x$.

4. Si calcoli il seguente integrale indefinito mediante la sostituzione $t = e^x$:

$$\int \frac{2e^x + e^{2x}}{(e^x - 3)(e^{2x} - 1)}\, dx\,,$$

5. Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 2n - \log n}{(2n+1)(2n^3+5)}$, (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \Big(\frac{n^2+1}{n^2+3}\Big)^{(n^3)}$,

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n^2\big(1 - \cos(1/n)\big)$, (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{4n+3}}{(n+2)!}$.

6. Data la serie a segni alterni

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n-1}{(3n+4)^2}\,,$$

a. studiare la convergenza semplice utilizzando il criterio di Leibniz;

b. provare che la serie diverge assolutamente.

7. Determinare e rappresentare sul piano cartesiano il dominio della funzione di due variabili $f(x, y) = \operatorname{arcsen}(y + x^2 - x)$. Descrivere geometricamente e rappresentare le linee di livello.

8. Descrivere geometricamente il dominio e determinare i punti critici della funzione $f(x, y) = y^2 - x^2 + \ln(2 + 2x^2 - y^2)$. Dire se sono max/min relativi o punti di sella.

Punti: 3+3+3, 2+2, 4, 4, 3+3+3+3, 3+3, 3, 6.

Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 2003/2004

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica, tema D

Compitino del 23 giugno 2004

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento d'identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori.

1. Si calcolino i polinomi di Taylor delle seguenti funzioni centrati in $x_0 = 0$:

(a) $\operatorname{sen}(x - 3x^2)$ di ordine 3, (b) $e^{\cos(x)-1} - 3\operatorname{sen}^2(2x)$ di ordine 3,

(c) $x^3 \operatorname{sen} \dfrac{x^3}{3}$ di ordine 7.

2. Si calcolino gli integrali indefiniti delle seguenti funzioni

(a) $\dfrac{2 + \operatorname{sen} x - (\operatorname{sen} x)\cos x}{\cos^2 x}$, (b) $(3x - 2\sqrt{x})^2 + 2 + 2\tan^2 x$.

3. Calcolare, utilizzando due volte il metodo per parti, l'integrale indefinito della funzione $(3x^2 - 4x + 1)\arctan^2 x$.

4. Si calcoli il seguente integrale indefinito mediante la sostituzione $t = e^x$:

$$\int \frac{3e^x + e^{2x}}{(e^x + 1)(e^{2x} - 4)}\, dx\,,$$

5. Studiare la convergenza delle seguenti serie numeriche:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 - 3n + 4\log n}{(n+2)(n^2+2)}$, (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2-1}{n^2+2}\right)^{(n^3)}$,

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{1+2^n}$, (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-3}}{(n+3)!}$.

6. Data la serie a segni alterni

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n-2}{(3n+2)^2}\,,$$

a. studiare la convergenza semplice utilizzando il criterio di Leibniz;

b. provare che la serie diverge assolutamente.

7. Determinare e rappresentare sul piano cartesiano il dominio della funzione di due variabili $f(x, y) = \arccos(y - x^2 - x)$. Descrivere geometricamente e rappresentare le linee di livello.

8. Descrivere geometricamente il dominio e determinare i punti critici della funzione $f(x, y) = x^2 - y^2 + \ln(2 - x^2 + 2y^2)$. Dire possibilmente se sono max/min relativi o punti di sella.

Punti: 3+3+3, 2+2, 4, 4, 3+3+3+3, 3+3, 3, 6.