





Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali  
 Corso di Laurea in Informatica

# Analisi Matematica, tema B

Compitino del 17 dicembre 2003

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--

Documento d'identità (se chiesto):

--

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} \sin(1/x)}{1 - \cos(1/x)}$ ,

(b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log_2(4x + 1) - \log_2(2x - 1)}{3 - 2^{-\sqrt{1+x}}}$ ,

(c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1 - \cos x}{x^2} + \log_2(x + 2) - \log_2(x + 1) \right)$ ,

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 3 \cos x}{3x^3 + x^2}$ ,

(e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{3x^2 - 4x + 5} - \sqrt{3x^2 - 2x + 1} \right)$ ,

(f)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 - 2x + 11}{3 - 2x^2 + x^3}$ ,

(g)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^2 - 7} - \sqrt{2x^3 - 3x + 2} \right)$ ,

(h)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 2^x + x}{x^4 - 2x + 4^x}$ ,

(i)  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{5 - x}{\cos x}$ ,

(j)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log_2(3x^2 - x + 1) - 2}{1 - \log_2(x + 7)}$ ,

(k)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 12x - 10}{-4x^3 + x + 2}$ ,

(l)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1 + \cos \sqrt{2x}}{(\sqrt{x + 1} + 2) \sin x}$ .

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

(a)  $\frac{2x - 1}{1 - x} > 2 - \frac{1}{x}$ ,

(b)  $\begin{cases} |x - 3| - 2x > 2 \\ x^2 < 4, \end{cases}$

(c)  $\sqrt{x^2 - 9} > x - 2$ .

3. Poniamo  $b_n = 3n^2 + 1 - 3n$ . Mediante il principio d'induzione, dimostrare che

$$b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_k = k^3.$$

4. Poniamo  $A = \{1/(1 - n + n^2) : n \in \mathbb{Z}\}$ . Dimostrare che  $\max A = 1$  e  $\inf A = 0$ .  $A$  ha minimo?

*Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.*



Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali  
Corso di Laurea in Informatica

## Analisi Matematica, tema C

Compitino del 17 dicembre 2003

Cognome e Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola:

--	--	--	--	--

Documento d'identità (se chiesto):

--

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non si possono consultare libri o appunti o calcolatori.

1. Calcolare, ove possibile, i seguenti limiti:

$$(a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log_2(3x+1) - \log_2(6x-1)}{2 - 4^{-x^2+x}},$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1-x^2}{\cos x},$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log_2(x^2 - x + 2) - 3}{1 - 2 \log_2(x+3)},$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^4 - 3x + 9}{5 + x^4 + x^3},$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{2x^2 - 3x + 2} - \sqrt{2x^2 - 2x + 12} \right),$$

$$(f) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 3x^2 - 5}{-2x^5 + 3x + 1},$$

$$(g) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 - 3^x - 2x}{3x^3 - x + 4^x},$$

$$(h) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 3 \cos x}{3x^3 + 2x^2},$$

$$(i) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{2x^2 + 3} - \sqrt{x^3 - 5x^2 - 8} \right),$$

$$(j) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos x - 2}{(\log_2(x+1) + 2) \sin^2 x},$$

$$(k) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \log_2(2x+1) - \log_2(2x-1) - \frac{1 - \cos x}{x^2} \right),$$

$$(l) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(1/x)}{x(1 - \cos(1/x))}.$$

2. Risolvere le disequazioni seguenti:

$$(a) \frac{3x-1}{1-x} > 3 - \frac{1}{x},$$

$$(b) \begin{cases} |3x+2| - x < 1 \\ x^2 > x, \end{cases}$$

$$(c) \sqrt{x^2 - 8x + 5} > 2x - 1.$$

3. Poniamo  $c_i = 3i^2 - 3i + 1$ . Mediante il principio d'induzione, dimostrare che

$$c_1 + c_2 + c_3 + \cdots + c_n = n^3.$$

4. Poniamo  $E = \{1/(3 - 3k + k^2) : k \in \mathbb{Z}\}$ . Dimostrare che  $\max E = 1$  e  $\inf E = 0$ .  $E$  ha minimo?

*Punti: 2 per ogni limite, 3 per ogni disequazione, 5 per ogni altro esercizio.*

