Università degli Studi di Udine — Anno Accademico 1996/97

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali
Corso di Laurea in Informatica

Analisi Matematica I

Compitino del 17 aprile 1997

Cognome e Nome:

Matricola:

Documento di identità (se chiesto):

Si prega di consegnare anche il presente testo. Non è consentito consultare libri o appunti o calcolatori. Si intende 30 come punteggio pieno.

1. Determinare la funzione generatrice della successione

$$a_n := 3 \cdot 2^n - 2 \cdot 3^n$$

(cioè una formula esplicita per la serie di potenze $f(x) := \sum_{n\geq 0} a_n x^n$), col relativo raggio di convergenza.

2. Trovare la forma esplicita della seguente successione definita per ricorrenza, usando per esempio il metodo delle funzioni generatrici:

$$b_0 := 0\,, \qquad b_{n+1} := 3b_n + 2 \quad \text{per } n \geq 0\,.$$

3. Trovare tutte le soluzioni analitiche (serie di potenze di centro 0), se ce ne sono, coi relativi raggi di convergenza, del problema di Cauchy

$$y'' - xy' - y = 0\,, \qquad y(0) = 100\,, \quad y'(0) = 101\,.$$

4. Calcolare i seguenti limiti, se esistono:

$$\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{2x-4}{2x+1}\right)^{x+1}, \qquad \lim_{x\to 0^-} \frac{\sqrt[3]{\operatorname{sen}^2 x}}{x^5}\,,$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{3x^2-3}{x^3-1}\,, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{3x^2 - \operatorname{sen}^2 x}{5x^2 + \operatorname{sen}(x^2)}\,.$$

5. Dire se la seguente funzione è continua nel punto $x = 0$:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x = 0, \\ \dfrac{e^{1/x} - e^x}{e^x + e^{1/x}} & \text{per } x \neq 0. \end{cases}$$

Punti: 4, 6, 10, 8, 6.