

Scuola di dottorato SIDRA 2009

“Tecniche alla Lyapunov per il controllo vincolato e robusto dei sistemi dinamici”



Aleksandr Mikhailovich Lyapunov (1857-1918)

Coordinatori: Franco Bianchini, Patrizio Colaneri (Università di Udine, Politecnico di Milano)

Docenti: F. Blanchini, Università di Udine
P. Colaneri, Politecnico di Milano
A. Garulli, Università di Siena
S. Miani, Università di Udine
R. Scattolini, Politecnico di Milano
A. Tesi, Università di Firenze
L. Zaccarian, Università di Roma 2

Finalità del corso

L'eredità che Aleksandr Mikhailovich Lyapunov ci ha lasciato è impressionante. Difficilmente il suo nome non risuona più volte in un'aula qualsiasi dove vengono insegnati gli elementi di base della Teoria della Stabilità dei Sistemi Dinamici. Tutto nasce dal famoso saggio "*Problème Général de la Stabilité du Mouvement*", Annals of Mathematics Studies, Vol. 17, Princeton, New York, 1947 (original version in Russian published in Kharkov in 1892), dove sono poste le basi di una metodologia, ispirata dal concetto di energia dissipata, che più avanti sarà utilizzata per svariati problemi della Teoria dei Sistemi e del Controllo. Il corso si prefigge lo scopo di fornire un panorama aggiornato e dettagliato delle conseguenze di tale metodologia in alcuni problemi di analisi e controllo dei sistemi dinamici. Il corso si concentra soprattutto sui sistemi lineari e invarianti nel tempo, per i quali la teoria è sufficientemente consolidata e garantisce estensioni eleganti dal punto di vista matematico al caso del controllo di *sistemi con vincoli* sulle variabili di ingresso, dei sistemi *a commutazione*, dei sistemi con *incertezza nonlineare*, e dei sistemi *a parametri varianti*.

L'obiettivo prioritario del corso è presentare gli argomenti in modo auto-contenuto ed organico, al fine di comprendere in profondità le tecniche proposte e le possibili applicazioni in diversi ambiti dell'ingegneria, nella speranza di incoraggiare future ricerche di frontiera negli ambiti che verranno visitati.

La prima mattina è dedicata agli aspetti propedeutici, con l'introduzione degli strumenti metodologici di base sulle funzioni di Lyapunov che saranno poi utilizzati nelle lezioni successive. Nel pomeriggio, verrà introdotto il concetto di stabilità quadratica, legata all'analisi in norma H-infinito. La seconda giornata è dedicata all'estensione delle tecniche di Lyapunov in presenza di vincoli sulle variabili di stato e/o di ingresso (per esempio ingressi saturati) e poi, in generale, in presenza di funzioni nonlineari "da caratteristica", che storicamente sono introdotte nell'ambito della teoria della stabilità assoluta di un sistema canonico di Lur'è. La terza giornata vede il pomeriggio libero per studio o riposo individuale, mentre durante la mattina le lezioni riguardano i sistemi a commutazione (switched), le cui proprietà di stabilità e stabilizzazione verranno analizzate attraverso l'uso di funzioni di Lyapunov non quadratiche.

La quarta giornata riguarda il controllo predittivo, per il quale l'uso delle funzioni di Lyapunov ausiliarie è di enorme importanza teorica e computazionale, e infine i problemi di ottimizzazione attraverso l'uso della programmazione convessa, in particolare gli algoritmi che riguardano le disuguaglianze lineari matriciali (LMI).

La quinta giornata vede il pomeriggio dedicato allo svolgimento di esercizi. Durante la mattina vengono invece svolte le ultime lezioni che riguardano il problema del controllo "gain scheduling". Si tratta di cioè di fornire condizioni di stabilità e di prestazioni efficienti (attraverso funzioni parametriche di Lyapunov) nel caso in cui il controllore è in qualche modo adattato in modo da inseguire un modello a parametri varianti, ma noti.

Infine, la mattina di sabato gli studenti hanno la possibilità di interagire con i docenti e con i loro colleghi attraverso una discussione aperta e una tavola rotonda, i cui contenuti saranno comunicati il primo giorno di lezione.

Ausili e materiali didattici: Le lezioni di tutti i docenti saranno svolte prevalentemente alla lavagna. Un uso molto moderato di lucidi è previsto solo per la presentazione di alcune applicazioni.

Il materiale didattico è costituito da una serie di libri di riferimento nel contesto dell'analisi e controllo di sistemi non lineari e da una raccolta elettronica di documenti e letteratura esistente che saranno seguiti nel corso delle lezioni. Tale raccolta elettronica sarà resa disponibile via web agli studenti iscritti. L'indirizzo del sito web sarà comunicato entro la prima metà di Giugno. Il dettaglio del materiale didattico, in relazione agli argomenti specifici presentati nel corso, e' di seguito presentato nella pagina successiva.

	Lunedì 13/7	Martedì 14/7	Mercoledì 15/7	Giovedì 16/7	Venerdì 17/7	Sabato 18/7
8.30 10.30	Introduzione al corso (FB)	Controllo Vincolato (FB)	Sistemi switching (PC)	Controllo Predittivo (RS)	Tecniche di gain scheduling (SM)	Discussione-Tavola rotonda
11.00 13.00	Tecniche alla Lyapunov (FB)	Controllo Vincolato (FB)	Sistemi switching (PC)	Controllo Predittivo (RS)	Tecniche di reset e anti-windup (LZ)	Discussione-Tavola rotonda
Pausa						
15.00 16.30	Stabilità quadratica (PC)	Tecniche di Lur'e e Popov (AT)		Ottimizzazioni e LMI (AG)	Applicazioni e esercitazioni	
17.00 18.30	Teoria H_{∞} (PC)	Tecniche di Lur'e e Popov (AT)		Ottimizzazioni e LMI (AG)	Applicazioni e esercitazioni	

(FB) Franco Bianchini, (PC) Patrizio Colaneri, (AT) Alberto Tesi, (AG) Andrea Garulli, (LZ) Luca Zaccarian, (SM) Stefano Miani, (RS) Riccardo Scattolini.

Riferimenti

[Lyapunov Methods in Robustness \(F. Blanchini\)](#)

[Lecture Notes: Appunti di Controllo Lineare Robusto \(P. Colaneri\)](#)

[Lecture Notes: Analysis and Control of Linear Switched Systems \(P. Colaneri\)](#)

Prerequisiti

Per comprendere gli argomenti del corso lo studente deve essere a conoscenza dei seguenti concetti. Equazioni differenziali e sistemi di equazioni differenziali. Nozioni elementari di calcolo matriciale e algebra lineare. Matrici simmetriche (semi)definite positive e negative. Nozioni base sulla teoria dei sistemi e del controllo incluse le rappresentazioni ingresso-uscita e di stato (e loro legame) stabilità, stabilità, osservabilità, risposta in frequenza, linearizzazione. Sarebbe auspicabile che lo studente avesse già acquisito nozioni relative alla teoria elementare di Lyapunov.

Programma in dettaglio

Lunedì 13/07

8.30 -10.15: Franco Blanchini

- Introduzione al Corso
- Definizione di robustezza
- Definizione di incertezza strutturata e non strutturata
- Definizione di stabilità locale globale e UUB
- Richiami sulle funzioni di Lyapunov
- Ruolo delle funzioni di Lyapunov nella robustezza

11.00 -12.30: Franco Blanchini

- Sistemi lineari incerti stabilità quadratica e non quadratica (solo definizioni);
- Generalità sulle funzioni di Lyapunov di controllo;
- Sistemi affini nel controllo e gradient-based control;

15.00 - 16.30: Patrizio Colaneri

- Sistemi con incertezza limitata in norma e politopici
- Stabilità quadratica e robusta Raggio reale e complesso
-

17.00 - 18.30: Patrizio Colaneri

- Norma infinita
- Incertezza stocastica e entropia
- Passività
- Analisi e controllo in norma infinita e minima entropia

Martedì 14/07

08.30-10.15: Franco Blanchini

Prerequisito: Funzioni quadratiche (Patrizio)

- Sistemi con vincoli: generalità
- Vincoli sull'uscita e sull'ingresso di controllo
- Controllo vincolato e controllo saturato (generalità)
- Insiemi invarianti e loro ruolo nella sintesi vincolata
- Insiemi invarianti ellissoidali poliedrici e funzioni di Lyapunov indotte

11.00-12.30: Franco Blanchini

- Tecniche di sintesi vincolata basate sugli insiemi invarianti
- Dominio di attrazione sotto vincoli (cenni); Vincoli sulle derivate (cenni)
- Metodi alternativi per la sintesi vincolata (cenni)

15.00 - 16.30: Alberto Tesi

- Il problema di Lur'e
- Stabilità assoluta: cenni storici e commenti introduttivi
- Criteri classici in frequenza: cerchio, Popov

Mar 17.00 - 18.30: Alberto Tesi

- Sistemi lineari stazionari dissipativi
- Positive real lemma
- Formulazione LMI del criterio del cerchio

Mercoledì 15/07

8.30 -10.15: Patrizio Colaneri

- Analisi della stabilità di sistemi switching
- Switching arbitrario Switching con dwell time
- Cenni ai sistemi switching stocastici

11.00-12.30: Patrizio Colaneri

- Stabilizzazione dallo stato e dall'uscita di sistemi switched
- Controllo ottimo (cenni)

15.00 - 16.30: Pausa

17.00 - 18.30: Pausa

Giovedì 16/07

8.30 -10.15: Riccardo Scattolini

- Richiami di controllo ottimo e controllo LQ su tempo finito e infinito per sistemi a tempo discreto
- Controllo LQ su tempo finito: soluzione closed-loop (eq. Riccati) per problemi non vincolati e soluzione open-loop per problemi vincolati e non
- Principio Receding Horizon (RH)

11.00-12.30: Riccardo Scattolini

- Controllo LQ su tempo infinito con vincoli; equivalenza con problemi su tempo finito+strategia RH
- Cenni all'esistenza di una soluzione esplicita
- Controllo predittivo di sistemi vincolati lineari e non lineari: stabilità e algoritmi stabilizzanti (zero terminal constraint, quasi infinite horizon)

15.00-16.30 : Andrea Garulli

Prerequisito: Lyapunov (Franco); Stabilità quadratica e H-infinity (Patrizio)

- LMIs e ottimizzazione convessa. EVPs e GEVPs. S-procedure
- Stabilità quadratica: sistemi politopici, sistemi LFR
- Margine di stabilità quadratica e stabilizzabilità quadratica

17.00 - 18.30: Andrea Garulli

- Bounded-real lemma
- Analisi della performance H-infinito: sistemi politopici, sistemi LFR
- Funzioni di Lyapunov dipendenti dai parametri
- Funzioni di Lyapunov polinomiali (cenni)

Venerdì 17/07

8.30 -10.15: Stefano Miani

- Parametrizzazione alla "Doyle/Zhou" dei compensatori stabilizzanti
- Funzioni quadratiche e non quadratiche per lo studio della stabilità di sistemi switching
- Parametrizzazione di Youla per sistemi LPV/esempi

11-12.30: Luca Zaccarian

- Cenni storici e commenti introduttivi
- Stabilità e prestazioni quadratiche globali per sistemi con saturazioni e dz (analisi)
- Sintesi diretta di controllori di tipo Hinf (LMIs)
- Sintesi di anti-windup statico (LMIs)
- Sintesi di anti-windup dinamico (LMIs)
- Analisi con funzioni non quadratiche: A) max_quad; B) co_quad; C) pw_quad

15.00 - 16.30:

Esercitazioni

17.00 - 18.30:

Esercitazioni

Sabato 18/07

8.30 -10.15 e 1.00-12.30:

Tavola rotonda