

Esercitazione scritta di Teoria dei Sistemi e del Controllo - 16 Novembre 2011 ¹

1. **Automa.** Costruire un automa a 7 stati $X = \{0, 1, \dots, 6\}$ e tre ingressi $U = \{0, 1, 2\}$ tale che con ingresso $u = 0$ produca un'uscita costante, con ingresso $u = 1$ produca un'uscita a dente di sega crescente $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 0, 1, 2, \dots$ con ingresso $u = 2$ un'uscita a dente di sega decrescente $6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, 6, 5, 4, \dots$
2. **Markov.** Si considerino i due grafi di transizione in figura. Si assuma che il primo e' attivo con probabilità p il secondo con probabilità $1-p$. Calcolare la matrice della catena di Markov corrispondente e la distribuzione di probabilità asintotica.



3. **Risposta impulsiva armonica.** Si consideri il sistema lineare a tempo continuo le cui matrici A, B, C sono

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\omega & 0 \\ \omega & 0 & 1 \\ \alpha & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 0 \quad 1] \quad (1)$$

Dire per quali valori delle costanti la risposta impulsiva é armonica.

4. **Dinamo.** Le equazioni di una dinamo sono

$$L\dot{I}(t) = -rI(t) - k\omega(t) + V(t) \quad (2)$$

$$J\dot{\omega}(t) = kI(t) - h\omega(t) - C(t) \quad (3)$$

Le costanti sono positive. Si consideri un carico resistivo $V(t) = RI(t)$ e si scriva quale é la coppia costante C necessaria per mantenere la velocità costante pari a $\bar{\omega} > 0$ al variare della resistenza di carico R . Si scriva come variano le potenze elettriche e meccaniche. Se viene applicata tale coppia costante al sistema si ha stabilità?

5. **Sistema discretizzato.** Il sistema seguente

$$A_D = \begin{bmatrix} \cos(\mu) & -\sin(\mu) \\ \sin(\mu) & \cos(\mu) \end{bmatrix} \quad B_D = 0 \quad C_D = [1 \quad 0] \quad (4)$$

con $\mu > 0$, é il sistema discretizzato con passo di campionamento T di un sistema continuo. Quale?

6. **Realizzazione.** Un sistema lineare con condizioni iniziali nulle ha prodotto l'uscita $y(t) = e^{-t} - e^{-2t}$ all'ingresso $u(t) = e^{-3t}$. Scrivere una rappresentazione di stato di tale sistema.
7. **Ingresso periodico.** Sia dato il sistema

$$\dot{x}(t) = -\alpha x(t) + u(t)$$

Sia dato l'ingresso periodico di periodo $2T$, $T > 0$ tale che:

$$u(t) = 1, \quad 0 \leq t < T, \quad u(t) = 0, \quad 0T \leq t < 2T,$$

Il sistema converge ad una soluzione periodica. Quale?