

Esercitazione scritta di Teoria dei Sistemi e del Controllo - 5 Dicembre 2012

Alcuni dei quesiti proposti potrebbero non essere risolvibili. In tal caso spiegare perchè.

1. **Realizzazione Digitale.** Determinare il sistema a tempo discreto equivalente al sistema a tempo continuo avente funzione di trasferimento

$$F(s) = K \frac{1 + \tau_c s}{(1 + \tau_a s)(1 + \tau_b s)}$$

2. **Realizzazione minima.** Si consideri la matrice delle funzioni di trasferimento

$$W(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \frac{1}{s+1} \\ \frac{1}{s+2} & \frac{1}{s+3} \end{bmatrix}$$

e se ne determini una realizzazione del terzo ordine. Si dica se è minima.

3. **Sistema oscillante.** Un sistema oscillante a due masse

$$M\ddot{q}(t) = -Kq(t) + u(t)$$

con M diagonale e $m_1 = m_2 = 1$, ha matrice delle rigidità

$$K = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Ci sono **due** forze di controllo indipendenti agenti sulle due masse. Scrivere le equazioni di stato. Si può utilizzare un solo sensore scegliendo a) q_1 , la posizione della prima massa, b) q_2 , la posizione della seconda massa, c) $q_2 - q_1$, la differenza. Quali di queste scelte vanno bene ai fini della stabilizzazione asintotica?

4. **Sistema** Sia (A, B) un sistema ad un ingresso raggiungibile e sia \mathcal{R} la matrice di raggiungibilità. Si consideri il sistema lineare di equazioni

$$\mathcal{R}p = -AB, \quad p \in R^n$$

Che legame c'è tra i coefficienti del vettore p e la matrice A ?

5. **Osservatore.** Sia dato il sistema lineare con matrici A, B, C come segue

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

si determini un osservatore assegnando gli autovalori in -1 e -3 .

6. **Errore di stima.** Nell'esercizio precedente si assuma che l'ingresso d non sia noto ma sia limitato come $|d(t)| \leq 1$. Si assumano tutte le condizioni iniziali nulle e si dia una maggiorazione per l'errore di stima sulla **prima** componente $e_1 = \hat{x}_1 - x_1$.
7. **Realizzazione** Si determini una realizzazione minima del sistema avente risposta al gradino con condizioni iniziali nulle la funzione

$$y(t) = 2 - e^{-t} - e^{-2t}$$