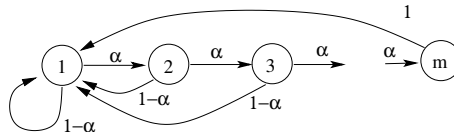


**Esercitazione scritta di Teoria dei Sistemi - 22 Aprile 2010 <sup>1</sup>**

1. **Teste successive con moneta truccata** Data la catena di Markov riportata in figura ad  $m$  nodi, si determini la distribuzione asintotica delle probabilità. Nel caso  $m = 3$ , si dica per quali valori di  $0 < \alpha < 1$  la probabilità asintotica relativa all'ultimo nodo  $\bar{x}_3$  (probabilità di  $m$  teste successive) è superiore a  $1/2$ .



2. **Uscita convergente** Dato il sistema

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \end{bmatrix} \quad (1)$$

$B = 0$ , si dica per quali valori di  $\alpha$  l'uscita converge a zero per qualunque condizione iniziale.

3. **Oscillazioni** Si dato il sistema con matrice di stato

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & 0 \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad M = I \quad K = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2\mu \end{bmatrix} \quad (2)$$

Si dica per quali valori di  $\mu$  il sistema è di tipo oscillante e non ammette frequenze proprie superiori a  $\omega = 3$ .

4. **Funzione di trasferimento nulla.** Si dimostri che il sistema con matrici partizionate come segue

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & C_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

ha matrice delle funzioni di trasferimento identicamente nulla.

5. **Risposta con oscillazioni** Dato il sistema

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\alpha \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \beta \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

si determini per quali valori di  $\alpha$  il sistema ammette un modo oscillante puro e per quali valori di  $\beta$  tale modo non può essere soppresso da alcun ingresso  $u$  (anche in retroazione).

6. **Matrice ortonormale** Per quali valori di  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  la seguente matrice è ortonormale?

$$A = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & \alpha \\ 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{2} & \beta \\ 1/\sqrt{3} & 0 & \gamma \end{bmatrix}$$

7. **Equivalente discreto** Determinare l'equivalente discreto del sistema  $A = -\alpha$ ,  $B = 1$ ,  $C = \kappa(\beta - \alpha)$   $D = \kappa$ .

8. **Patologia** Un sistema è "patologico" se ammette dei modi non asintoticamente stabili  $Re(\lambda) \geq 0$  che siano non raggiungibili o non osservabili. Determinare i valori di  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  per i quali il seguente sistema è patologico.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -\alpha & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 + \beta \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 - \gamma \end{bmatrix} \quad (5)$$