Esercitazione scritta di Teoria dei Sistemi e del Controllo - 31 Ottobre 2012
Alcuni dei quesiti proposti non sono risolubili. In tal caso spiegare perchè.

1. **Automa.** Costruire un automa a 7 stati $X = \{0, 1, \ldots, 6\}$ e tre ingressi $U = \{0, 1, 2\}$ tale che con ingresso $u = 0$ produca un'uscita costante, con ingresso $u = 1$ produca un'uscita a dente di sega crescente 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 0 1, 2, ... con ingresso $u = 2$ un'uscita a dente di sega decresente 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, 6 5, 4, ...

2. **Markov.** Si consideri la catena di Markov caratterizzata dalla matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1-\alpha & 0 & 1 \\ \alpha & 1-\beta & 0 \\ 0 & \beta & 0 \end{bmatrix}$$

con $\alpha, \beta \in [0, 1]$. Dire per quali valori di tali parametri la distribuzione asintotica delle probabilità è [2/5 2/5 1/5].

3. **Quale matrice?** Se

$$e^{AT} = \begin{bmatrix} e^{-2T} & cos(3T) \\ cos(3T) & e^{-2T} \end{bmatrix}$$

per ogni $T \geq 0$, quale è A?

4. **Sistema ibrido.** Sia dato il sistema

$$\dot{x}(t) = u(t)$$

$u \in \{-1, +1\}$. Il sistema commuta con le seguenti regole:

Se $u = 1$ e $x \geq 1$: commuta a $u := -1$.

Se $u = -1$ e $x \leq 1$: commuta a $u := +1$.

La commutazione è istantanea. Si descriva la traiettoria con condizione iniziale $x(0) = 0$.

5. **Ingresso oscillante.** Sia dato il sistema lineare con matrici A, B, C come segue

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

e l'ingresso $u(t) = cos(\omega t)$. Dopo un tempo lungo l'uscita risulta essere $y(t) = Acos(\omega t)$. Dire quanto valgono ω e A.

6. **Uscita campionata.** Dato il sistema

$$\dot{x}(t) = -\alpha x(t) + \bar{u}$$

con $x(0) = 0$ e con $\bar{u} = cost.$ un campionatore rileva l'uscita

$$x(KT) = -\lambda^K \rho + \rho$$

Conoscendo $\lambda > 0$ e $\rho > 0$, determinare α e $\bar{u}$.

7. **Quale ingresso?** Sia dato il sistema lineare con matrici A, B_1 e B_2 come sotto.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -4 & -1 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Avendo a disposizione un solo attuatore è possibile scegliere una delle due matrici B_1 o B_2. Ai fini di poter mantenere limitato lo stato del sistema quale sceglieReste?