

Esercitazione scritta di Teoria dei Sistemi e del Controllo - 18 Gennaio 2013

Alcuni dei quesiti proposti potrebbero non essere risolvibili. In tal caso spiegare perchè.

1. **Robustezza.** Sia \mathcal{P}_μ la proprietà: la risposta a regime al gradino unitario y_∞ è $|y_\infty| \leq \mu$. Sia \mathcal{F} la famiglia di sistemi lineari invarianti con funzione di trasferimento

$$F(s) = \frac{\alpha s + \beta}{s^2 + \gamma s + \delta}.$$

Tutti i parametri hanno limiti $1 \leq \alpha, \beta, \gamma, \delta \leq 2$. Si dica per quali valori di $\mu > 0$ la proprietà è robusta.

2. **Interpolazione.** Si consideri il modello

$$y = mx + q$$

e i seguenti dati (punti) (x_i, y_i) : $(0, 0)$, $(0, 2)$, $(2, 0)$, $(2, 2)$. Si determini la retta interpolante nel senso dei minimi quadrati.

3. **Margine di guadagno infinito** Sia $\dot{x} = Ax + Bu$ un sistema asintoticamente stabile. Sia P definita positiva e sia $x^\top P x$ una funzione di Lyapunov per tale sistema senza controllo. Si consideri il controllo

$$u = -\gamma B^\top P x$$

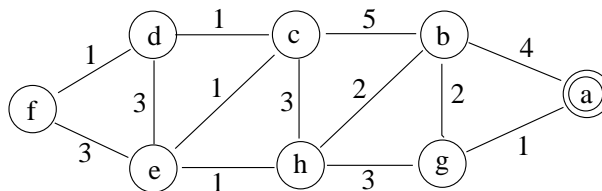
Si dimostri che il sistema rimane asintoticamente stabile per ogni $\gamma \geq 0$.

4. **Pendolo inverso con osservatore.**

$$\ddot{\theta} = \cos(\theta) + u$$

con $y = \theta$. Si scriva il sistema in variabili di stato. Si determini un osservatore asintotico per tale sistema senza linearizzare il sistema. (Sugg. $v = \cos(\theta)$ può essere assunto quale ingresso noto per l'osservatore).

5. **Percorso minimo.** Dato il grafico in figura si indichi per ogni nodo la funzione V_a, V_b, V_c ecc. che da il valore percorso minimo dal nodo corrente b, c, d ecc. al nodo finale a (quindi $V_a = 0$) dati i pesi sugli archi indicati.



6. **Controllo saturato.** Si dato il sistema $\dot{x} = Ax + Bu$ con

$$A = \begin{bmatrix} +2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

e controllo

$$u = -\text{sat}[x_2]$$

dove $\text{sat}[x] = x$ se $|x| \leq 1$, $\text{sat}[x] = +1$ se $x > 1$ e $\text{sat}[x] = -1$ se $x < -1$. Si verifichi la stabilità asintotica dell'origine.

7. **Sistema non lineare.** Sia dato il sistema

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= x(t) - x(t)y(t) + 1 \\ \dot{y}(t) &= -y(t) + u(t) \end{aligned}$$

dire: a) per quali valori di $\bar{u} = \text{costante}$ ammette un punto di equilibrio; b) per quali valori tale equilibrio è asintoticamente stabile; c) per quali valori tale equilibrio è stabilizzabile asintoticamente tramite retroazione dello stato;