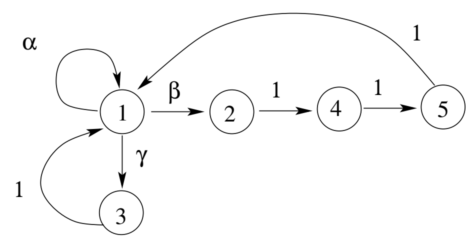
**Esercitazione scritta di Teoria dei Sistemi e del Controllo - 31 Ottobre 2014**
Alcuni dei quesiti proposti potrebbero essere non risolubili. In tal caso spiegare perché.

1. Si consideri il sistema a tempo discreto $x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$, con

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

   Si determini una sequenza di ingressi $u(0)$, $u(1)$, $u(2)\dots$ che porti il generico stato iniziale $[\ x_1(0)\ x_2(0)\ x_3(0)\ x_4(0)\ ]^\top$ nello stato $[\ \xi\ \xi\ \xi\ \xi\ ]^\top$.

2. Si consideri la catena di Markov in figura, con $\alpha+\beta+\gamma = 1$ e $\alpha, \beta, \gamma \geq 0$. Si scriva la matrice $A$ e si determini la distribuzione asintotica di probabilità.




3. Si consideri il sistema a tempo continuo $\dot{x}(t) = Ax(t)$, $y(t) = Cx(t)$, con

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix}.$$

   Si determinino $c_1$ e $c_2$ in modo tale che l'uscita $y(t)$ converga a 0 (per $t \to \infty$) per ogni stato iniziale.

4. Calcolare il sistema discreto equivalente al sistema continuo $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$, $y(t) = Cx(t)$, con

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

5. Per quali valori di $\alpha$ e $\beta$ il sistema continuo $\dot{x}(t) = Ax(t)$, con

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -\alpha \\ 1 & -\beta \end{bmatrix},$$

   ha soluzioni periodiche? Quale è il periodo?

6. Le equazioni di un orologio sono $\dot{\tau}(t) = \omega$, $\dot{\omega}(t) = 0$, dove $\tau$ è il tempo indicato e $\omega$ la velocità dell'orologio. Sulla base delle definizioni date, si analizzi la stabilità del sistema.