

### Compito di Teoria dei Sistemi

1. Si consideri il sistema rappresentato dall'equazione

$$y^{(3)}(t) + y^{(1)}(t) = u(t).$$

Si scriva una rappresentazione di stato per tale sistema. Si determini un controllo a retroazione dello stato in modo tale che il sistema sia asintoticamente stabile e abbia radici coincidenti.

2. Si consideri il sistema non lineare

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -x_1(t)^2 + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_2(t) + u(t) \\ y(t) &= x_1(t)\end{aligned}$$

Si determini la generica coppia di equilibrio al variare dell'ingresso costante  $\bar{u} > 0$ . Si dica per quali valori di  $k$  il sistema ad anello chiuso ottenuto con il controllo

$$u(t) = \bar{u} - k(x_1(t) - \bar{x}_1),$$

linearizzato attorno al punto di equilibrio, non ha modi oscillanti. Si dica per quali valori di  $k$  la funzione

$$V(x_1, x_2) = (x_1 - \bar{x}_1)^2 + (x_2 - \bar{x}_2)^2 = z_1^2 + z_2^2$$

é una funzione di Lyapunov per il sistema ad anello chiuso.

3. La realizzazione minima.