Esercitazione scritta di Teoria dei Sistemi 16 Maggio 2003 - A

1. Il sistema

$$x_1(k+1) = x_1(k) + u_1(k) - u_2(k) - d_1(k), \quad x_2(k+1) = x_2(k) + u_2(k) - d_2(k)$$

   é della forma $x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Ed(k)$. Si scrivano le matrici A,B,E. Dato lo stato iniziale $x(0) = [4\ -2]^T$ e assunto che l'ingresso esterno d é costante e pari a $d_1(k) = d_2(k) = 5$ $k = 0, 1, \ldots$, si determini T e una sequenza $u(k)$ tale che $x(T) = 0$.

2. Il sistema dato dalle seguenti equazioni $\dot{x}_1 = -3x_1 + 2x_2 + u_1 + x_3$, $\dot{x}_2 = x_2 + x_1 - x_4 + u_2$, $\dot{x}_3 = -x_3$, $\dot{x}_4 = x_2 + x_3$, é raggiungibile?

3. É vero che se $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$ é non raggiungibile allora anche il sistema a tempo campionato corrispondente é non raggiungibile?

4. Dire se il seguente sistema é esternamente (BIBO) stabile.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{1}$$

5. Dato il sistema a tempo discreto rappresentato dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

   dire quale é l'insieme di tutti gli stati che possono essere controllati a 0.

6. É vero che, dati due sistemi (A_1, B_1, C_1) e (A_2, B_2, C_2) entrambi raggiungibili e osservabili, la loro connessione in serie $u(t) = u_1(t)$, $u_2(t) = y_1(t)$, $y(t) = y_2(t)$, é raggiungibile e osservabile?

7. Dato il sistema osservabile A e C come sotto, si dimostri che e^{AT} é data dall'estressione riportata e si dica per quali valori di $T > 0$ anche il sistema a tempo campionato rimane osservabile

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad e^{AT} = \begin{bmatrix} cos(\omega T) & -sin(\omega T) \\ sin(\omega T) & cos(\omega T) \end{bmatrix} \tag{3}$$

8. Dato il sistema $\dot{x}(t) = u(t)$, $x, u \in R$, e assunto che $x(0) = 1$ e che $|u(t)| \leq 1$ si determini il tempo minimo per portare lo stato a zero (min $T :\ x(T) = 0$.

9. Determinare un sistema $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t)$ con A, B, C non nulle, la cui funzione di trasferimento é nulla.

10. Una trasformazione di stato $x = T\hat{x}$ modifica: la funzione di trasferimento? gli autovettori della matrice di stato? i modi del sistema? il sottospazio di osservabilitá?

Esercitazione scritta di Teoria dei Sistemi 16 Maggio 2003 - B

1. Dato il sistema

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -x_1(t) + d(t)\\ \dot{x}_2(t) &= -x_2(t) + d(t)\\ y(t) &= x_1(t) + x_2(t)\end{aligned}$$

   e noto che $|d(t)| \leq 1$, e che $x(0) = 0$, si determiniuna limitazione superiore per $|y(t)|,\ t \geq 0$.

2. Il sistema dato dalle seguenti equazioni $\dot{x}_1 = -3x_1 + 2x_2 + u_1 + x_3$, $\dot{x}_2 = x_2 + x_1 - x_4 + u_2$, $\dot{x}_3 = -x_3$, $\dot{x}_4 = x_2 + x_3$, é raggiungibile?

3. É vero che se $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$ é non raggiungibile allora anche il sistema a tempo campionato corrispondente é non raggiungibile?

4. Dire se il seguente sistema é esternamente (BIBO) stabile

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

5. Dato il sistema a tempo discreto rappresentato dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5}$$

   dire quale é l'insieme di tutti gli stati che possono essere controllati a 0.

6. É vero che, dati due sistemi (A_1, B_1, C_1) e (A_2, B_2, C_2) entrambi raggiungibili e osservabili, la loro connessione in serie $u(t) = u_1(t)$, $u_2(t) = y_1(t)$, $y(t) = y_2(t)$, é raggiungibile e osservabile?

7. Dato il sistema osservabile A e C come sotto, si dimostri che e^{AT} é data dall'estressione riportata e si dica per quali valori di $T > 0$ anche il sistema a tempo campionato rimane osservabile

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad e^{AT} = \begin{bmatrix} cos(\omega T) & -sin(\omega T) \\ sin(\omega T) & cos(\omega T) \end{bmatrix} \tag{6}$$

8. Dato il sistema $x(k+1) = x(k) + u(t)$, $x, u \in R$, e assunto che $x(0) = 3$ e che $|u(k)| \leq 1$ si determini il tempo minimo per portare lo stato a zero (min $T:\ x(T) = 0$).

9. Determinare un sistema $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t)$ con A, B, C non nulle, la cui funzione di trasferimento é nulla.

10. Una trasformazione di stato $x = T\hat{x}$ modifica: la funzione di trasferimento? gli autovettori della matrice di stato? i modi del sistema? il sottospazio di osservabilitá?