Provetta di Controlli Automatici 1 a.a. 2007/08 – Gestionali

1. **Determinare la fdt**. Per quali valori di β la funzione

$$y(t) = e^{-t} + \beta e^{-2t}$$

è la risposta al gradino con condizioni iniziali nulle di un sistema del secondo ordine strettamente proprio ($D = 0$). Determinare la funzione di trasferimento di tale sistema.

2. **Marcia–indietro**. Si consideri il sistema lineare con ingresso u e uscita y

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Determinare un sistema **non lineare** descritto da una **equazione del secondo ordine** con ingresso u il cui sistema linearizzato sia il sistema dato.

3. **Matrice di funzioni**. Data la matrice di funzioni

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} e^{-2t} & e^{-t} - e^{-3t} \\ 2e^{-2t} - 2e^{-3t} & 2e^{-t} - e^{-2t} \end{bmatrix}$$

Si determini A tale che $\Phi(t) = e^{At}$.

4. **Stato iniziale e ingresso**. Dato il sistema

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -3x_1(t) - 4x_2(t) + u(t) \end{aligned}$$

con uscita $y(t) = x_1(t)$ Determinare lo stato iniziale $x(t) = [x_1(0)\ x_2(0)]^T$ e $\bar{u}$ (costante) tali che se $u(t) \equiv \bar{u}$ la soluzione risulta

$$y(t) = e^{-t} - e^{-3t} + 1$$

(sugg. per tempi "grandi" la $y(t)$ tende ad una costante ..)

5. **Somma delle derivate costante** Dato un sistema lineare invariante $\dot{x}(t) = Ax(t)$ si supponga che A sia tale che

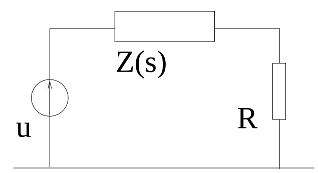
$$\sum_{i=1}^{n} \dot{x}_i(t) = 0$$

Si dimostri che un tale sistema non può essere asintoticamente stabile.

6. **Solo radici reali**. Sia $P(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \ldots + a_0$ polinomio avente **per ipotesi** solo radici reali. Si dimostri che e' stabile **se e solo se** tutti i sui coefficienti sono positivi. (Sugg. per il "solo se" pensare alla fattorizzazione).

Nota: alcuni esercizi potrebbero essere non solubili. In tal caso spiegare perchè.

1. **Circuito**. Nel circuito in figura, R è una resistenza di carico. Si determini l'impedenza $Z(s)$ in modo tale che **a regime**
a) se $u(t) = \bar{u}$ la tensione sul carico R è $v_c = \bar{u}$;
b) se $u(t) = \delta \cos(\omega t)$, con ω noto, la tensione sul carico R è $v_c = 0$;
Cosa succede **a regime** se $u(t) = \delta \cos(\omega t) + \bar{u}$?



2. **Stato iniziale e ingresso**. Dato il sistema

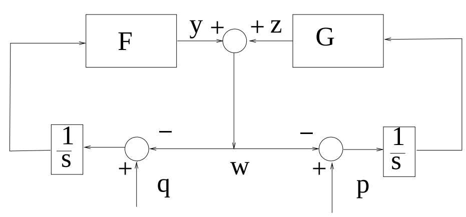
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -2x_1(t) - 3x_2(t) + u(t) \end{aligned}$$

con uscita $y(t) = x_1(t)$. Determinare lo stato iniziale $x(t) = [x_1(0)\ x_2(0)]^T$ e $\bar{u}$ (costante) tale che se $u(t) \equiv \bar{u}$ la soluzione risulta

$$y(t) = e^{-t} - e^{-2t} + 2$$

(sugg. per tempi "grandi" la $y(t)$ tende ad una costante ..)

3. **Conflitto fra integratori**. Si consideri lo schema con doppia retroazione di due integratori riportato in figura con $G(s)$ e $F(s)$ funzioni di trasferimento assegnate e p e q riferimenti. Si



dimostri che questo sistema non può essere asintoticamente stabile (a meno di cancellazioni illecite). (Sugg. si metta un riferimento a zero, per es. $p = 0$ e l'altro ...)

4. **Conflitto fra proporzionali**. Nello schema a blocchi si prendano

$$F = \frac{1}{s^2 + s} \qquad G = \frac{1}{s + 5}$$

due regolatori **proporzionali** (al posto degli integratori) k_1 e k_2 e si detemini per quali valori di tali parametri si ha stabilità asintotica.

5. **Soluzione limitata**. Data l'equazione differenziale scalare

$$\dot{x}(t) = -x(t) + u(t)$$

si assuma $u(t) \equiv \mu$. Si determini per quali valori di μ e per quali valori delle condizioni iniziali $x(0) \in R$ la soluzione del sistema è tale che $|x(t)| \leq 1$ per ogni $t > 0$.

6. **Polinomio parametrico** Per quali valori del parametro reale μ il seguente polinomio ha tutte le radici a parte reale strettamente negativa?

$$s^5 + \mu s^4 + (2-\mu)s^3 + (-\mu+1)s^2 + (-1-\mu)s + 3\mu$$

Nota: alcuni esercizi potrebbero essere non solubili. In tal caso spiegare perchè.