Provetta di Controlli Automatici 1 a.a. 2006/07 – Elettronici

1. Sia dato il sistema scalare
$$\tau \dot{y}(t) = -y(t) + f(v(t))$$
dove f è una funzione dispari strettamente crescente (caratteristica distorta) che si vuole rendere lineare applicando una retroazione del tipo $v = -\kappa(y - \alpha u)$, dove $\alpha > 0$ è un coefficiente assegnato. Si assuma che f^{-1}, funzione inversa di f sia tale che $|f^{-1}(y)| \leq L|y|$. Sia $\bar{y}$ è l'uscita di equilibrio rispetto a $\bar{u}$. Si dimostri che per $k > 0$ grande la caratteristica statica di equilibrio diventa "quasi lineare" ovvero che l'indice di linearità $|\bar{y} - \alpha\bar{u}|/|\bar{y}|$ diventa arbitrariamente piccolo.

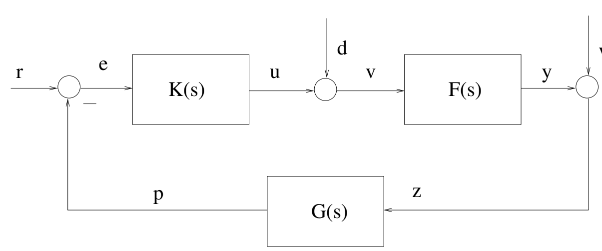
2. Dato il sistema con funzione di trasferimento $F(s)$ con un regolatore in retroazione $K(s)$ dove
$$F(s) = \frac{1}{s^2 - 1}, \quad K(s) = \alpha + \beta s + \gamma \frac{1}{s}$$
determinare α β γ in modo che i poli del sistema ad anello chiuso siano $-1, -2, -3$.

3. Si consideri il sistema $\dot{x}(t) = Ax(t)$, $x(t) \in R^4$ dove
$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -3 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$
Si verifichi che tale sistema, per opportune condizioni iniziali, ammette una soluzione $x(t)$ tale che $x_1(t) = x_2(t) = x_3(t) = x_4(t) = f(t)$.

4. Come è fatta la risposta forzata all'ingresso test $e^{\sigma t}$ di un sistema $F(s)$ che ha un polo semplice in σ? Nota: F può essere scritta nella forma
$$F(s) = \frac{\mu}{s - \sigma} + \hat{F}(s), \quad \text{con} \quad \hat{F}(\sigma) \neq \infty.$$

5. Con riferimento alla figura, si assuma $d = 0$, $w = 0$, $G(s) = 1$, $K(s) = \kappa$ e
$$F(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 5}$$
(dunque $u(s) = -\kappa(y(s) - r(s))$. Si consideri il gradino $r(t) = 1$ con condizioni iniziali $x(0) = 0$. Siano $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t)$ e $u_\infty = \lim_{t\to\infty} u(t)$. Si determini l'insieme dei valori di κ per cui i limiti esistono e per cui si hanno entrambe le condizioni $|e_\infty| \leq 1/10$ e $|u_\infty| \leq 4$.

6. Si consideri lo schema di retroazione in figura, con K, F e G proprie. Si dimostri che se almeno



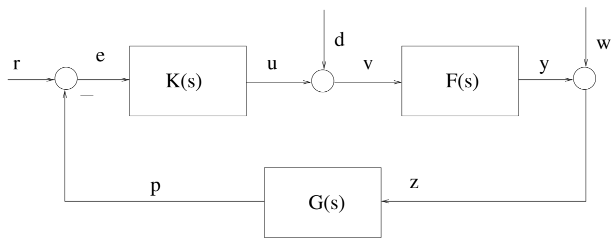
una delle funzioni di trasferimento F G o K è strettamente propria allora ogni funzione ad anello chiuso è propria (loop ben posto). La cosa non è vera se le funzioni sono tutte debolmente proprie. Si faccia vedere con un esempio prendendo F e K del primo ordine debolmente proprie e $G = 1$ che per valori critici dei parametri si può ottiere una funzione di trasferimento ad anello chiuso impropria.

Nota: alcuni esercizi potrebbero essere non solubili. In tal caso spiegare perchè.

Provetta di Controlli Automatici 1 a.a. 2006/07 – Gestionali

1. Trovare le matrici A, B, C e D di un sistema che abbia come funzione di trasferimento
$$F(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

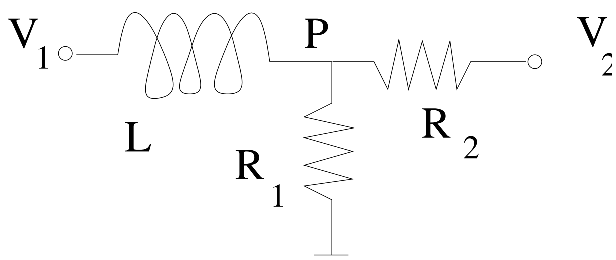
2. Si consideri lo schema in retroazione riportato in figura



con $G(s) = 1$
$$F(s) = \frac{1}{s^3+1}, \quad K(s) = \kappa \frac{s+\alpha}{s+\beta}$$
Determinare α β e κ in modo che il sistema ad anello chiuso sia asintoticamente stabile.

3. Dimostrare che se la matrice A è singolare ($det(A) = 0$) allora il sistema $\dot{x}(t) = Ax(t)$ non può essere asintoticamente stabile. Per sistemi a tempo discreto l'affermazione è vera?

4. Si consideri il circuito in figura dove $V_1(t) = \bar{V}_1 cos(\omega t)$. Si detemini una funzione $V_2(t)$ in modo



tale che, a regime, la tensione nel punto P sia identicamente nulla. (Suggerimento $V_2(t)$ deve essere di tipo armonico .... vale la sovrapposizione degli effetti).

5. Si consideri il sistema
$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -B[x_2(t) + (x_1(t)-1)^3 - (x_1(t)-1) - 1] \\ \dot{x}_2(t) &= [x_1(t) - \sqrt{x_2(t)}u(t)]/B \\ y(t) &= x_2(t) - (x_1(t)-1)^3 + (x_1(t)-1) + 1 \end{aligned}$$
Si calcoli la coppia di equilibrio $(\bar{x}, \bar{u})$ corrispondente a $\bar{x}_1 = 1$. Si calcoli l'uscita di equilibrio. Si dica per quali valori di $B > 0$ il sistema linearizzato in tale punto di equilibrio è stabile asintoticamente.

6. Nell'esercizio precedente si consideri $B = 1$ e il regolatore $v(t) = u(t) - \bar{u} = k(y(t) - \bar{y})$. per quali valori di k si ha stabilità asintotica ad anello chiuso?

Nota: alcuni esercizi potrebbero essere non solubili. In tal caso spiegare perchè.