Provetta di Controlli Automatici 1 a.a. 2004/05

Si risolvano i seguenti problemi evidenziando (oltre al numero dell'esercizio) la risposta (es. mettendola in un riquadro). Conti privi di risposta non sono tenuti in considerazione.

1. Dato il sistema non lineare

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -4(x_1(t))^2 - 2\arctan(x_2(t)) + u(t) \\ y(t) &= x_1(t) \end{cases}$$

   il suo approssimante lineare calcolato in un certo punto di equilibrio $\bar{x} = [\bar{x}_1, \bar{x}_2]^T$ corrispondente all'ingresso di quilibrio $\bar{u}$ ha come risposta impulsiva

$$w(t) = e^{-t}\sin(t)$$

   Determinare $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$ e $\bar{u}$.

2. Determinare un'equazione lineare a coefficienti costanti del secondo ordine la cui soluzione libera, con condizioni iniziali opportune, sia

$$y(t) = e^{-2t} - e^{-3t}$$

   (oppure, a scelta, un sistema di due equazioni lineari del primo ordine la cui risposta libera dell'uscita sia la funzione data).

3. Un sistema rappresentato da una equazione differenziale del secondo ordine del tipo

$$\ddot{y}(t) = \phi(y(t)) + u(t)$$

   dove ϕ è differenziabile con continuità e dove $\phi(0) = 0$, non può essere stabilizzato asintoticamente con un controllo del tipo $u(t) = -ky(t)$, qualsiasi sia k. Si esamini tale situazione considerando l'approssimante lineare nel punto di equilibrio per cui $\bar{y} = 0$.

4. Il sistema lineare $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$, $y(t) = Cx(t)$ con

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix},$$

   data la condizione iniziale $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 0$, evolve autonomamente fino all'istante $\tau = \log_e(2)$ (questa espressione terrificante serve per rendere i conti più semplici). In tate istante viene inserito il controllo $u(t) = -3y(t)$. Descrivere, almeno qualitativamente, la risposta complessiva del sistema.

5. La temperatura in un ambiente riscaldato è descritta dall'equazione

$$\dot{x}(t) = -\lambda(x(t) - u(t))$$

   Il sistema è dotato di un controllo a termostato funzionante come segue. L'ingresso u può assumere valori $\{0, 1\}$ (off/on). Esistono due valori di temperatura $0 < T_1 < T_2 < 1$ per cui: se $u = 1$, la commutazione "on–off" $(1 \to 0)$ avviane alla temperatura T_2 (o a qualunque temperatura superiore). Se $u = 0$ la commutazione "off–on" $0 \to 1$ avviene alla temperatura T_1 (o a qualunque temperatura inferiore). Si descriva qualitativamente il comportamento del sistema partendo dalla temperatura esterna $x(0) = 0$ (sugg. fare un grafico). Si calcoli (o si spieghi chiaramente come calcolare) l'espressione della frequenza di commutazione (sugg. la risposta di un sistema lineare, se l'istante iniziale è t_0, è $x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{A(t-\sigma)}d\sigma...$).

Nota: i due ultimi esercizi richiedono conti semplici ma che necessitano di qualche minuto. Si consiglia di illustrare il procedimento e poi, eventualmente, di svolgere i conti.