Provetta di Controlli Automatici 1 a.a. 2002/03

1. Un sistema termico è governato dalle seguenti equazioni

$$\begin{cases} \dot{T}_1(t) &= \alpha_1(T_2(t) - T_1(t)) + u_1(t) \\ \dot{T}_2(t) &= \alpha_1(T_1(t) - T_2(t)) + \alpha_2(u_2(t) - T_2(t)) \\ \dot{T}_3(t) &= \alpha_3(T_2(t) - T_3(t)) \\ y(t) &= T_3(t) \end{cases}$$

   dove $[u_1(t) \quad u_2(t)]^T$ è il vettore degli ingressi del sistema e $y(t)$ è l'uscita. Scrivere il vettore di stato $x(t)$ e le matrici A, B e C della rappresentazione di stato. Scrivere la funzione di trasferimento dall'ingresso $u_1(t)$ all'uscita $y(t)$.

2. Si consideri il sistema $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$, $y(t) = Cx(t)$, dove

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

   Analizzare la stabilità del sistema. Calcolare la funzione di trasferimento $F(s)$. Sia dato il controllo $u(s) = G(s)[\bar{y}(s) - y(s)]$, dove $\bar{y}$ è il riferimento. Disegnare lo schema a blocchi. Si dimostri che un controllo proporzionale del tipo $G(s) = k$ non può stabilizzare asintoticamente il sistema.

3. Si consideri la seguente relazione ingresso–uscita

$$y(s) = \frac{n(s)}{(s+\alpha)^5} d(s)$$

   dove $\alpha > 0$ e $d(s)$ è la trasformata di un disturbo contenente due armoniche dato da

$$d(t) = A_1 cos(\omega_0 t) + A_3 cos(3\omega_0 t)$$

   Determinare un polinomio $n(s)$ (a coefficienti reali) in modo tale che la funzione di trasferimento sia strettamente propria e che, *a regime*, si abbia $y(t) = 0$.

4. Si consideri il sistema non lineare

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -\alpha x_1^2(t) + kx_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1(t) + u(t) \end{cases}$$

   con $\alpha > 0$ e $k > 0$. Si determinino le condizioni di equilibrio, assunto noto il valore dell'ingresso $\bar{u}$. Si consideri l'ingresso costante $u(t) \equiv \bar{u} > 0$. Si dica per quali valori del parametro $\bar{u}$ il sistema, soggetto a piccole variazioni rispetto al punto di equilibrio, è stabile e non presenta moti oscillatori (anche se smorzati).

5. Si riconsideri l'Esercizio 2 e si assuma

$$G(s) = k\frac{s+1}{s+2}$$

   Si dica se esistono e quali sono i valori di k per cui il sistema in retroazione è stabile asintoticamente.

6. Sia $y(t)$ la risposta al gradino del sistema la cui funzione di trasferimento è

$$\frac{s}{(s+1)(s+2)(s-3)}$$

   si determini

$$\lim_{t \to \infty} y(t).$$